জাদুগণিত

বীরেন্দ্রকুমার বন্দ্যোপাধ্যায়

জাদুগণিত

বীরেন্দ্রকুমার বন্দ্যোপাধ্যায়

আনন্দ পাবলিশার্স প্রাইভেট লিমিটেড
কলকাতা ৯

প্রথম সংস্করণ সেপ্টেম্বর ১৯৯৩
প্রচ্ছদ ও অলংকরণ দেবাশিস দেব

ISBN 81-7215-237-X

আনন্দ পাবলিশার্স প্রাইভেট লিমিটেডের পক্ষে ৪৫ বেনিয়াটোলা লেন
কলকাতা ৭০০ ০০৯ থেকে দ্বিজেন্দ্রনাথ বসু কর্তৃক প্রকাশিত এবং
আনন্দ প্রেস অ্যান্ড পাবলিকেশনস প্রাইভেট লিমিটেডের পক্ষে
পি ২৪৮ সি আই টি স্কিম নং ৬ এম কলকাতা ৭০০ ০৫৪ থেকে
তৎকর্তৃক মুদ্রিত।

মূল্য ১০·০০

স্বর্গত মা বাবাকে

'যেটা যা হয়েই থাকে সেটা তো হবেই
হয় না যা তা-ই হলে ম্যাজিক তবেই। ...
ভুল তবু নির্ভুল ম্যাজিক তো সেই
পাঁচে-সাতে পঁয়ত্রিশে কোনো মজা নেই।'

—রবীন্দ্রনাথ

সূচী

প্রথম অঙ্ক

পিকনিকে গণিত

পিকনিকে যাবে? বেশ তো, খুব খুশির কথা। তোমরা ভাবছ খাওয়াদাওয়াটা তো পিকনিকের প্রধান অঙ্গ অবশ্যই, কিন্তু বাকি সময়টা, কি যাওয়া আসার পথে—কি পিকনিক স্পটে—কেমন করে কাটাবে।

টেপে গান শুনে? দাবা-তাস-লুডো খেলে? সব পুরনো হয়ে গেছে। একটা-দুটো-তিনটে করে নাম মনে রেখে মেমরি-গেম, একটা গানের শেষ অক্ষর ধরে অন্য গানের শুরু করার খেলা, একটা জায়গার নামের শেষ অক্ষর দিয়ে অন্য জায়গার নাম—সবই তো অনেকবার করে খেলা হয়ে গেছে। সত্যজিৎ রায় মশাই থাকলে নতুন নতুন পিকনিক-গেম উদ্ভাবন করে দিতেন তোমাদের জন্য এবং আমাদের জন্যও, তাঁর সঙ্গে-সঙ্গে এ আশাও তো গেছে। তা হলে?

তা হলে বলেই ফেলি। তোমাদের পিকনিকে অথবা যে কোনও অবসর কাটাবার জন্য আমি কিছু জাদুর ব্যবস্থা নিয়ে এসেছি। ম্যাজিক শুনেই তোমরা ছুটে আসছ, বুঝতে পারছি। কিন্তু তোমাদের একটা ঘরে ঢুকিয়ে বন্ধ করে ফেলতে না পারলে আমার স্বস্তি নেই। কারণ জাদুর বিশেষণটি শুনলেই অনেকে উশখুশ করবে, পালাবার চেষ্টা করবে। এ জাদুর বিশেষণ গণিত অর্থাৎ গণিত জাদু। পাটিগণিত বা বীজগণিতের মতো আরেক গণিত—জাদুগণিত।

শোনো শোনো, একেবারে ভয় নেই। এতে ল.সা.গু.-গ.সা.গু. নেই, সুদ কষা-শতকরা নেই, ভগ্নাংশ-দশমিক নেই, শুধু সাধারণ যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগের সাহায্যে নানান জাদু। একটুখানি বোসো না। ভাল না লাগলে খিল খুলে দৌড়ও যদি, আমি তোমাদের সঙ্গে দৌড়ের প্রতিযোগিতায় জিতে তোমাদের ধরে আনতে পারব না।

তা হলে শুরু করি।

এক নম্বর [লুডোর ছক্কা]

একটা খেলার ব্যাপার দিয়েই শুরু করি জাদুর খেলা। এতে প্রয়োজন শুধু গোটা তিনেক লুডো খেলার ছক্কা। বেশি হলেও ক্ষতি নেই।

আমার কাছে আপাতত তিনটে ছক্কাই আছে। ওই ছক্কা তিনটে একটার ওপর আরেকটা সাজিয়ে রাখলাম। একটা ছক্কার ছ'টা পিঠ। তিনটে ছক্কার 6 × 3 = 18টা পিঠ। এই 18 টা পিঠের মধ্যে আমরা দেখতে পাচ্ছি 13 টা। 5 টা পিঠ ভেতরে ঢাকা আছে। একেবারে ওপরে দেখছি 2 ফোঁটা বা পয়েন্ট। বলতে পারো, যে পাঁচটা পিঠ আমরা দেখতে পাচ্ছি না, সেই পিঠগুলোর ফোঁটা বা পয়েন্টের যোগফল কত? কী হল? ভাবছ এক-আধটা নয়, পাঁচ-পাঁচটা পিঠ লুকোনো রয়েছে, কোনটার কত ফোঁটা জানব কী করে যে যোগফল বলব? কিন্তু জাদুতে কী না হয় বলো? জাদুদণ্ডটা ওপর-ওপর সাজানো ছক্কা তিনটের চারপাশে ঘুরিয়ে জাদুমন্ত্র পড়লাম—হিং টিং ছট্। বাস, উত্তর বেরিয়ে গেল। লুকোনো পাঁচ পিঠের ফোঁটার যোগফল = 19.

কী, বিশ্বাস হচ্ছে না? ছক্কার যে পিঠগুলো দেখতে পাচ্ছি না, উল্টে-উল্টে দেখে চট্পট্ যোগ করে ফ্যালো। কী, মিলেছে না?

কৌশলটা বলেই দিই। তোমরা এতদিন লুডো খেলেছ, অনেকেই কিন্তু খেয়াল করোনি লুডোর ছক্কার যে কোনও বিপরীত দুই পিঠের ফোঁটার যোগফল = 7 (1+ 6, 2 + 5 এবং 3 + 4)। এখন ছক্কাগুলো যেমন ভাবেই রাখো, দুই বিপরীত পিঠের ফোঁটার সমষ্টি 7 হবেই। তিনটে ছক্কার দুটো করে বিপরীত পিঠের ফোঁটার যোগফল হবে 7 × 3 = 21. এর একটা পিঠ যেটা ওপরে দেখা যাচ্ছে—সেটা 2. তাই না-দেখা পিঠগুলোর ফোঁটার সমষ্টি 21 − 2 = 19 হবেই। ওপরের ফোঁটাটা 5 হলে এই ফল হত 21 − 5 = 16.

ছক্কার সংখ্যা বেশি হলেও নিয়ম একই থাকবে। নিয়মটা হল : (ছক্কার সংখ্যা × 7) —ওপরে দেখতে পাওয়া পিঠের ফোঁটার সংখ্যা = না দেখতে পাওয়া সব পিঠের ফোঁটার যোগফল।

কী, ভাল লাগল? তা হলে একটা করে কাগজ কলম নিয়েই বোসো।

দুই নম্বর [জাদুর যোগফল]

গণিতের শুরু তো যোগ দিয়ে। যোগই সব থেকে সোজা। তাই যোগের জাদুই একটা শিখিয়ে দিই আগে। আমার এই আসরে তো তোমাদের সব বন্ধুরা নেই, তাই যারা আছ, মানে যারা এই বই পড়ছ তারাই তো জাদুকর হয়ে অন্যান্য বন্ধুদের দেখাবে এই জাদুর খেলা। তাই নিজের গরজেই তাদের এক শিট কাগজ আর কলম সব সময় রাখতে হবে পকেটে। খেলাটা দেখাই।

জাদুকর যে-কোনও একজনকে যে-কোনও অঙ্কের একটা সংখ্যা লিখতে বলবে। ধরো, সে লিখল 3497, এর পর পরপর আরও ছয়টি সংখ্যা লেখা হবে। তখন এই সাতটি সংখ্যার যোগফল কত হবে জাদুকর তা লিখে নিজের পকেটে রাখবে মুড়ে। এখানে নির্ণেয় যোগফল হবে 33494. আগে খেলাটা একবার দেখাই, তার পরে, কেমন করে উত্তরটা আগে লেখা হল, শিখিয়ে দেব। জাদুকর এবার প্রথম দর্শককেই অথবা অন্য কাউকে আরেকটি সংখ্যা প্রথম সংখ্যার নীচে লিখতে বলবে। মনে করো সে লিখল 5723, জাদুকর সঙ্গে সঙ্গে তার নীচে লিখবে 4276. কেন এই সংখ্যাটি জাদুকর লিখবে তাও পরে বলে দিচ্ছি। একই অথবা অন্য যে-কোনো দর্শক এবার চতুর্থ সংখ্যাটি লিখবে নীচে। ধরো, সে লিখল 4631.সঙ্গে সঙ্গে জাদুকর নীচে লিখবে 5368. এবার দর্শকদের একজন লিখল 8979, জাদুকর সপ্তম এবং শেষ সংখ্যাটি লিখবে নীচে 1020. এবার দ্যাখো তো, যোগফল কত হল ?

3497
5723
4276
4631
5368
8979
1020
______
33494

কী, মিলে গেছে না পকেটে রাখা সংখ্যার সঙ্গে ? দর্শকরাও খুব অবাক হয়েছে নিশ্চয়ই। হাততালির শব্দ কই ?
কিন্তু খুদে জাদুকর, যে ম্যাজিকটা দেখাবে তার বন্ধুদের, সে তো নিজেই জানে না এখনও কী করে হল ব্যাপারটা। তা হলে এবার শিখিয়েই দিই জাদুর খেলাটা।

প্রথম সংখ্যাটি পাওয়ামাত্র, সংখ্যাটির আগে একটি 3 বসিয়ে যে সংখ্যা পাওয়া গেল তা থেকে 3 বিয়োগ দিয়ে নির্ণেয় যোগফল বের করে নিতে হবে। এর পরের প্রশ্ন, জাদুকর কী ভাবে তার নিজের ভাগের (তৃতীয়, পঞ্চম এবং সপ্তম) সংখ্যাগুলি বসাবে। এটাও মোটেই কঠিন নয়। তৃতীয় সংখ্যাটি লেখার সময় দ্বিতীয় সংখ্যার প্রতিটি অঙ্কের নীচে এমন অঙ্ক বসাতে হবে যেন ওপর নীচের অঙ্ক দুটির যোগফল 9 হয়। যেমন 5 এর নীচে 4 $(5 + 4 = 9)$, 7 এর নীচে 2 $(7 + 2 = 9)$, 2 এর নীচে 7 $(2 + 7 = 9)$ এবং 3 এর নীচে 6 $(3+6) = 9$). পঞ্চম এবং সপ্তম স্থানও একই ভাবে পূরণ করতে হবে জাদুকরকে। এই হল এই জাদুযোগের কৌশল।

সাত লাইনের বেশি বা কম লাইনের (অবশ্যই বিজোড় সংখ্যক) যোগও দেখানো যেতে পারে জাদুতে। দেখাবার আগেই ঠিক করে নিতে হবে, দর্শকরা কত লাইনের যোগ চায়। যত লাইনের যোগ করা স্থির হবে, তা থেকে 1 কম করে 2 দিয়ে ভাগ করো। যেমন 7 লাইনের ক্ষেত্রে $(7-1) \div 2 = 3$ হয়েছে। 7 লাইনের যোগের ক্ষেত্রে তাই আগে 3 বসিয়ে ও বিয়োগ করে আগে থেকে নির্ণেয় যোগফল বের করা হয়েছে। যদি আগে থেকে ঠিক করা হয়, 11 লাইনের যোগ হবে, তা হলে $(11-1) \div 2 = 5$ লিখতে হবে প্রথম সংখ্যার আগে, আর 5 বিয়োগ করতে হবে তার থেকে এবং নির্ণীত সংখ্যাটিই যাবে জাদুকরের পকেটে।

কেমন করে সম্ভব হচ্ছে এটা, গভীরভাবে চিন্তা করলে নিজে নিজেই বের করে নিতে পারবে। প্রয়োজনে শিক্ষক বা অভিভাবকের সাহায্য নাও। মোট কথা পুরো ব্যাপারটাই স্রেফ গণিতের কারসাজি।

যোগের পর তো বিয়োগ। এবার বিয়োগের একটা ছোটখাটো খেলা হয়ে যাক।

তিন নম্বর [লুকোনো অঙ্কের হদিশ]

দর্শককে যে-কোনো অঙ্কের একটা সংখ্যা লিখতে বলো নিজের কাগজে। একই অঙ্ক দু'বার ব্যবহার না করে যেন। সংখ্যাটা সে তোমাকে দেখাবে না। এবার সংখ্যাটাকে উল্টে নিতে বলো। এবার সোজা আর উল্টে নেওয়া সংখ্যা দুটির মধ্যে যেটা বড়, তা থেকে ছোটটা বিয়োগ করতে

বলো। উত্তরের সংখ্যাটি যাই হোক, তার মধ্যে যে-কোনও একটি অঙ্ক লুকিয়ে রেখে বাকী অঙ্কগুলি বলতে বলো দর্শককে। তুমি সঙ্গে-সঙ্গে বলে দিতে পারবে—কোন অঙ্কটি দর্শক বলেনি তোমাকে। একটা উদাহরণ দিয়ে বোঝাই।

ধরো দর্শক নিজের কাগজে লিখেছে 5429. একে উল্টে দিলে হবে 9245. বড় সংখ্যাটির থেকে ছোটটি বিয়োগ করলে হয় 9245 – 5429 = 3816. মনে করো দর্শক তোমাকে বিয়োগফলের চারটি অঙ্কের মধ্যে তিনটি অঙ্ক 3, 1, এবং 6 বলল। তুমি বলে দিতে পারবে, না-বলা অঙ্কটি 8. কেমন করে ?

যে-কোনও সংখ্যা এবং তাকে উল্টে দেওয়া সংখ্যার বিয়োগফল 9 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। কোন সংখ্যা 9 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে সেই সংখ্যাটির অঙ্ক-সমষ্টিও 9 দ্বারা বিভাজ্য হয়। এ ক্ষেত্রে বিয়োগফলের অঙ্ক-সমষ্টি 3 + 8 +1 +6 = 18, এটি 9 দ্বারা বিভাজ্য। তোমাকে যে অঙ্কগুলি দর্শক বলেছে, তার সমষ্টি 3 +1 +6 = 10.

10-এর পরবর্তী 9-এর গুণিতক 18, এবং 10-এর সঙ্গে 8 যোগ করলে 18 হয়। এই নিয়মে, দর্শকের লুকিয়ে রাখা অঙ্কটি 8 হতে বাধ্য। কিন্তু যদি দর্শকের বলে দেওয়া অঙ্কগুলির যোগফল 9 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয়ে যায়, তখন লুকিয়ে রাখা অঙ্কটি 0 কিংবা 9 হবে। দৈবাৎ এ রকম হলে জাদুকরকে এই বিকল্প উত্তর 9 অথবা 0, এ কথা বলতেই হবে অবশ্য। তবে এ রকম খুব কমই হয়।

শুধু যোগের খেলা হল, শুধু বিয়োগেরও। এবার যোগবিয়োগ মিলিয়ে আরেকটি ছোট্ট খেলা।

চার নম্বর [জাদুর যোগ-বিয়োগফল]

এক অঙ্ক দুবার ব্যবহার না করে তিন অঙ্কের যে-কোনও সংখ্যা লিখতে বলো দর্শককে নিজের কাগজে, তোমাকে না দেখিয়ে। আগের খেলার মতই এটাকেও উল্টে বড়টার থেকে ছোটটা বিয়োগ করতে বলো। বিয়োগফলটা তার কাছেই থাকবে। এবার বিয়োগফলটা উল্টে বিয়োগফলের সঙ্গেই যোগ করতে বলো। উত্তরটা বলে দেবে জাদুকর এক

মুহূর্ত চিন্তা না করেই। উত্তর হবে 1089.

উদাহরণ দিয়ে দেখিয়ে দিই।

মনে করো দর্শক ভেবেছে 521, উল্টে দিলে হয় 125. এদের বিয়োগফল 521 − 125 = 396. 396-কে উল্টে দিলে হয় 693. এখন 396 আর 693-এর যোগফল 1089. এটা কিন্তু কেবল তিন অঙ্কের সংখ্যার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য আর উত্তরও কিন্তু সবসময়ই 1089, তাই এক আসরে এ খেলা দু'বার না দেখানোই ভাল।

যোগবিয়োগ তো হল। ছোট্ট একটা গুণও যোগ করে দিই এবার জাদুর মশলায়। কেমন ?

পাঁচ নম্বর [মনের কথা বের করা]

দর্শকদের একজনকে বলো, যে-কোনও একটা সংখ্যা ভাবতে। সংখ্যাটাকে 3 দিয়ে গুণ করে তার সঙ্গে 1 যোগ দিক। এই ফলকে 3 দিয়ে গুণ করে গুণফলের সঙ্গে প্রথমে ভাবা সংখ্যাটা যোগ করতে বলো দর্শকটিকে। যে ফলটা পাওয়া গেল, তার শেষ সংখ্যাটা হচ্ছে 3. এই ফলটা দেখাবার সময় একটা কাগজে বড় করে লিখে রাখতে পারো 3 এবং চেঁচিয়ে বলবে, শেষ অঙ্কটা তো এই। আর দর্শক প্রথমে কোন সংখ্যা ভেবেছিল ? ঐ 3 অঙ্কটা বাদ দিয়ে ওর কাছে যা থাকল, সেইটাই তো ওর ভাবা সংখ্যা ? জিজ্ঞেস করে দ্যাখো দর্শক বন্ধুটিকে, ও মনে মনে এই কথাটি ভেবেছিল কি না প্রথমে।

উদাহরণ দিয়ে বললে ব্যাপারটা সরল হয়। মনে করো দর্শক ভেবেছে 123, একে 3 গুণ করে 1 যোগ দিলে হয় $(123 \times 3) + 1 = 370$. এই গুণফলকে 3 গুণ করলে $370 \times 3 = 1110$, এর সঙ্গে মনে ভাবা সংখ্যাটি যোগ করলে ফল দাঁড়ায়—$1110 + 123 = 1233$.

কী, শেষ অঙ্কটি 3, আর 3 বাদে বাকি সংখ্যাটি দর্শকের মনের কথা 123 নয় ?

ছয় নম্বর [দু-পাঁচ টাকা দিয়ে দশ টাকা]

এবার একটা দারুণ মজার খেলা বলব। এটা কিন্তু পিকনিকের দিন শুরু

আর পরের দিনে শেষ। বলেই ফেলি। বন্ধুদের বলো, তোমাকে 50 পয়সা, 20 পয়সা আর 5 পয়সার খুচরো দিয়ে 20টি মুদ্রায় 5 টাকা পুরো করে দিতে, যে আগে দিতে পারবে, তাকে তুমি একটা 10 টাকার নোট দেবে। অত খুচরো আর কে নিয়ে যায় পকেটে, বলো। তবু তোমার বন্ধুরা তিন-চারজনে মিলে চেষ্টা করতেই পারে এই ডবল লাভের ব্যাপারে। লভ্যাংশ ওরা ভাগাভাগি করে নেবে। কিন্তু না, ওদের কাছে 5 টাকার খুচরো হল না। বেশ তো, তুমি আরও উদার হও। 5 টাকা নেই তো কী হয়েছে, 3 কিংবা 2 টাকা হলেও চলবে, কিন্তু শর্ত ওই একই থাকবে। ২০টি মুদ্রা চাই এবং তা 50 পয়সা, 20 পয়সা আর 5 পয়সা মিলিয়ে। ওরা ততক্ষণ গোনাগুনি করুক। তোমার সঙ্গে আমার কথাবার্তা হোক একটু আলাদা করে।

আমি বেশ বুঝতে পারছি, তুমি বেশ চটে গেছ এই জাদুদাদুর ওপর। পরের কাঁধে বন্দুক রেখে খুব খেলতে চাইছে দাদু। 2/3 টাকা খুচরো নিয়ে 10 টাকা দেওয়ার লোকসানটা বেচারা তোমার হোক। আরে, অত চটছ কেন? দ্যাখো না, অত খুচরোও নেই ওদের কাছে। নেই যে, আমি জানতাম আগেই। তাই তো বলেছি, খেলাটা পরের দিনে শেষ হবে।

তুমি বন্ধুদের বলে দাও,—ঠিক আছে, কাল তোমরা খুচরো গুনে-গেঁথে হিসেব করে বাড়ি থেকে স্কুলে নিয়ে এসো। এবার আর প্রথম নয়, যে যে আনবে তাকেই 10 টাকা করে দেওয়া হবে। এই উদার ঘোষণায় ওরা তো খুব খুশি। সবাই বলল কাল প্রত্যেকেই নিয়ে আসবে। তুমি যদি কথার খেলাপ করো, তা হলে? তা হলে তো বুঝতেই পারছ, কাল তোমার অবস্থা কী হবে। আপাতত তোমাকে অন্তত গোটা দশ 10 টাকার নোট, আর খুচরোগুলো নিয়ে আসার জন্য একটা মোটা থলি জোগাড় করতে হবে আগামীকালের জন্য।

কিন্তু তুমি অতগুলো 10 টাকার নোট রাতারাতি পাবে কোথা থেকে আর আমার উশকানিতে এই লোকসানের ব্যবসা করবেই বা কেন তুমি?

তা হলে বলি, ব্যবসায় লাভ লোকসান তো এক-তরফা হয় না। দু-তরফের কথাই ভাবতে হয়। তাই একটা শর্ত রাখো, যে যে আজ বলছে কাল খুচরো নিয়ে এসে 10 টাকার নোট নিয়ে যাবে, ঠিকমত খুচরো না আনতে পারলে 2 টাকা করে ফাইন নিয়ে আসে যেন।

শোনো, আজ সারারাত হিসেব করে, পয়সা গুনে ওরা কিছুতেই 50, 20

আর 5 পয়সায় 20টা মুদ্রায় 2, 3 কিংবা 5 টাকা করতে পারবে না। কারণ অঙ্ক কষে দেখানো যায় সেটা সম্ভবই নয়। তা তোমাদের সঙ্গে তো আমার শর্ত, জটিল অঙ্কের মধ্যে আসব না।

তাই, ওই দুটাকা করে ফাইনের টাকাটা পাচ্ছই। 10 টাকার নোট আর থলি নিয়ে যাবারও দরকার নেই স্কুলে। তবে ফাইনের টাকায় যখন চা-পকৌড়া খাবে তোমরা, তাতে কিন্তু আমাকেও ডেকো, কারণ দুষ্টুবুদ্ধিটা তো আমারই।

আরেকটা জিনিস বলে সাবধান করে দিই। 20টি মুদ্রায় খুচরো পাওয়ার সময় 5 টাকা, 3 টাকা আর 2 টাকা বলার ফাঁকে ভুলেও 4 টাকা আনার কথা বলে ফেলো না। কারণ এটা সম্ভব। 6 টা 50 পয়সা, 2 টা 20 পয়সা আর 12 টা 5 পয়সা, মোট এই 20 টি মুদ্রায় 4 টাকা করে দিয়ে তোমার কাছে 10 টাকা করে নিয়ে চলে যাবে। সুতরাং ভুলটি করলে সম্পূর্ণ নিজের দায়িত্বে করবে, আমাকে দায়ী কোরো না।

কী ? একরাত্রির জন্য বন্ধুদের বোকা বানিয়ে খুব মজা পাচ্ছ না ?

এবার একটা খেলার কথা বলব। এটা একটু কঠিন মনে হতে পারে কারও কারও। তবে তোমাদের হবে না আশা করি। তোমরা তো গণিতের খুব ভক্ত। তা না হলে এই জাদুগণিতের বই সবার হাতে না থেকে তোমাদের হাতেই বা কেন ?

সাত নম্বর [ঘন থেকে ঘনমূল]

খেলাটা ঘন থেকে ঘনমূল বের করবার। বুঝিয়ে বলি। 2 অঙ্কের যে-কোনও সংখ্যার ঘনফল বের করবে দর্শক। বের করে ফলটা তোমাকে বলার কয়েক সেকেন্ডের মধ্যেই তুমি মুখে মুখে বলে দিতে পারবে ঘনফলটির ঘনমূল কত অর্থাৎ ঘনফলটি কোন সংখ্যার ঘন।

এর জন্য 0 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যাগুলির ঘনফল মনে রাখা জরুরি। তা এ তো অনেকের মতো তোমারও প্রায় মুখস্থ। না হলে একটু কষ্ট করে মুখস্থ করে নাও তালিকাটি। তোমাদের সুবিধার জন্য টেবিলটা এইসঙ্গেই দিয়ে দিচ্ছি :

$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$ $\quad$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$ $\quad$ $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $\quad$ $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $\quad$ $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $\quad$ $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$

এবার ঘনফল থেকে ঘনমূল বের করার কৌশলটা বলে দিই। ধরো দর্শকবন্ধু 56-র ঘনফলটা বলল তোমাকে, অবশ্যই কাগজে 56 × 56 × 56 গুণ করে, যার ফল হল 175616.

তোমাকে এই সংখ্যাটা বলতেই, পারলে মুখে-মুখে, না হয় কাগজে সংখ্যাটা লিখে দুটো ভাগ করে নাও। শেষ তিনটি অঙ্ক মিলে যে সংখ্যা সেটাকে বলো শেষার্ধ। বাকি অঙ্ক বা অঙ্কগুলি মিলে যে সংখ্যা তাকে বলো প্রথমার্ধ। প্রথমার্ধ, 1, 2, অথবা 3 অঙ্কের হতে পারে।

ওপরের ঘন-তালিকার টেবিলটা ভাল করে দ্যাখো। 0, 1, 4, 5, 6 এবং 9 ঘনফলের শেষ অঙ্কও 0, 1, 4, 5, 6 এবং 9, বাকি থাকে 2, 3, 7, এবং 8. এদের ঘনফলের শেষ অঙ্ক পাওয়া যাবে উল্টোদিক থেকে এদের চারটিকে দেখলে অথবা 10 থেকে এদের একে একে বিয়োগ করলে। অঙ্কগুলি যথাক্রমে 8, 7, 3, এবং 2. লক্ষ করে দ্যাখো 0 থেকে 9 প্রতি সংখ্যার ঘনফলের শেষ অঙ্ক আলাদা আলাদা, কোনও অঙ্কই দু'বার নেই।

এখন তোমার কাজ হল দর্শকের বলা সংখ্যাটির শেষ অঙ্কটি দেখা। বর্তমান ক্ষেত্রে এটি 6, নির্দ্বিধায় বলতে পারো ঘনমূলের এককের অঙ্ক হবে 6। বাকি থাকে দশকের অঙ্ক। এখানে দর্শকের দেওয়া সংখ্যার প্রথমার্ধ 175, এই সংখ্যাটি 5-এর ঘন 125-এর থেকে বড়, কিন্তু 6-এর ঘন 216-এর থেকে ছোট। ঘনমূলের দশকের সংখ্যা হবে 5 এবং ঘনমূলের সংখ্যাটি হল 56. লিখতে যে সময় লাগল ঘনতালিকাটি মুখস্থ থাকলে হিসেব করতে তার অনেক কম সময় লাগবে। অভ্যাস হয়ে গেলে কয়েক সেকেন্ডেই বলা যাবে।

আরেকটা উদাহরণ দিলে ভাল করে বুঝতে সুবিধা হবে বোধ হয়। $87^3 = 87 \times 87 \times 87 = 658503$. এখানে শেষ অঙ্ক 3, তাই ওপরে বর্ণিত নিয়ম অনুযায়ী ঘনমূলের শেষ অঙ্ক (এককের অঙ্ক) হবে 7.

প্রথমার্ধ 658, 8 এর ঘনফল 512 থেকে বেশি কিন্তু 9 এর ঘনফল 729 থেকে কম। তাই নিয়মমত ঘনমূলের দশকের সংখ্যা 8 এবং ঘনমূলের পুরো সংখ্যাটি 87.

কী, এখনও কঠিন লাগছে নাকি ? এখানে একটা কথা জানিয়ে রাখি। দর্শক-বন্ধু যদি ঘনফল বের করতে গুণে ভুল করে সেই ভুল গুণফল তোমাকে বলে এবং তার ফলে উত্তর মানে ঘনমূলের সংখ্যা ভুল হয়—তার দায়িত্ব তোমার মানে জাদুকরের নয়। তাই খেলা দেখাবার আগে দর্শক বন্ধুদের বলে দিও যেন গুণগুলি সাবধানে করে। ক্যালকুলেটারে করলেও ফিঙ্গার টিপতে ভুল না করে।

খুব গুণ করে করে ক্লান্ত হয়ে পড়েছ, তাই না ? এবার একটা খুব সোজা জাদুর কথা বলি। সোজা জাদুর কথাটা দেরিতে বলছি দুটো কারণে। মাথাটা একটু হালকা হবে সোজা জাদুতে, আর তা ছাড়া এটাতে ছোট ছোট ভাগের কাজ আছে। যোগ-বিয়োগ-গুণ পেরিয়ে এসে তবেই তো ভাগে যায়, তাই না ? বলি তবে খেলাটার কথা।

আট নম্বর [পকেটের সংখ্যা হাতে]

তোমার বন্ধুকে বলো, 3 অঙ্কের যে-কোনও সংখ্যা লিখতে। আরেকটা কাগজে সংখ্যাটা লিখে নিজের পকেটে রাখতে বলো। প্রথম কাগজটা পাশের বন্ধুর হাতে দিতে বলো, সে ওই সংখ্যাটাই প্রথম সংখ্যার পাশে লিখে এই 6 অঙ্কের সংখ্যাটাকে 13 দিয়ে ভাগ করুক। ভাগে মিলবে কি না ? করেই দেখুক না। কী, মিলে গেছে তাই না ? ভাগফলটা শুধু অন্য পাশের বন্ধুকে বলে দেবে সে। এই বন্ধুর উপর ভার ভাগফলকে 11 দিয়ে ভাগ করার। এবারেও ভাগ মিলে গেছে তো ? এবারের ভাগফলটা নিয়ে আরেক বন্ধু তাকে 7 দিয়ে ভাগ করুক। যদি ভাগভাগিতে কোথাও গণ্ডগোল না করেছ কেউ, এবারেও ভাগে মিলে গেছে। এবার শেষ ভাগফলটা প্রথম বন্ধুকে, যে প্রথমে সংখ্যাটা লিখেছিল দিয়ে দাও আর জিজ্ঞেস করো, এই সংখ্যাটাই সে ভেবেছিল কি না ? কী বলছ, সে-সংখ্যা এখনও ওর মনে আছে কি না ! আরে, সংখ্যাটার একটা কপি তো ওর পকেটে। পকেট থেকে বের করে দেখুক না পকেটের সংখ্যাটাই তার হাতেরও সংখ্যা কি

না। তা যদি না হবে, তা হলে আর জাদুগণিত কেন ?

একটা উদাহরণ দিয়ে বুঝিয়ে দিই। মনে রাখার সুবিধা হবে। মনে করো প্রথম বন্ধু লিখেছে 529, লিখে একটা কপি পকেটে রাখল।

$529529 \div 13 = 40733$

$40733 \div 11 = 3703$

$3703 \div 7 = 529$

শেষ বন্ধুর পাওয়া ভাগফল 529, যা প্রথম বন্ধুর পকেটে রয়েছে। ভাল লাগল ? সোজাও তো খুব। ছোট্ট ভাইবোনদের নিয়ে এক্ষুনি পরখ করে দ্যাখো না একবার।

এবার পিকনিকের জন্য শেষ খেলাটা শিখিয়ে দিই। এটা কিন্তু দারুণ মজার খেলা।, সামান্য কঠিন মনে হতে পারে। তবে দু চারবার অভ্যাস করলেই আয়ত্ত হয়ে যাবে। এতে সামান্য টুকিটাকি জিনিস চাই। পুরো ব্যাপারটি বলি।

নয় নম্বর [কার পকেটে কী ?]

খেলার সরঞ্জাম : বাড়িতে বসে দেখালে ম্যাচবক্স, ইরেজার, পেন্সিলকাটার ধরনের যে-কোনও তিনটে জিনিস আর 24টা বাদাম, তাও না থাকলে দেশলাইয়ের কাঠি বা অন্য যে-কোনও ছোট জিনিস। পিকনিকে দেখালে পিকনিকের সরঞ্জাম থেকেই সব পেয়ে যাবে। ধরো একটা আলু, একটা পেঁয়াজ, একটা টম্যাটো আর 24 টা মটরের দানা। একটা প্লেটে 24 টা মটরদানা গুনে রাখো। অন্য একটা প্লেটে একটা আলু, একটা পেঁয়াজ আর একটা টম্যাটো। ওদের বলো, তুমি দূরে সরে গেলে ওরা যে-কোনও তিনজন যেন একটি করে জিনিস (আলু, পেঁয়াজ আর টম্যাটো) তুলে নিজের নিজের পকেটে রাখে। রাখা হয়ে গেলে ওরা তোমাকে ডাকবে। ফিরে এসে ওই তিনজনের প্রথম জনকে 1 টি দ্বিতীয় জনকে 2 টি আর তৃতীয় জনকে 3 টি মটরদানা প্লেট থেকে তুলে দাও পকেটে রাখার জন্য। এবার তোমাকে আরেকবার বেরিয়ে যেতে হবে। যাবার আগে বলে যাও, যে আলু নিয়েছে, সে যেন তার পকেটে যতটি মটরদানা আছে আরও ততটি প্লেট থেকে নিয়ে নিজের পকেটে রাখে। যে পেঁয়াজ নিয়েছে সে যেন

নিজের পকেটের মটরদানার দ্বিগুণ সংখ্যক দানা তুলে নিয়ে পকেটে রাখে আর টম্যাটোওলা বন্ধু যেন তার পকেটের মটরদানার সংখ্যার চারগুণ দানা তুলে নিয়ে রাখে পকেটে। বাকি দানাগুলো প্লেটেই পড়ে থাকবে।

ওদের হয়ে গেলে তোমাকে ডাকবে ওরা। তুমি গিয়ে চট্ করে আড়চোখে দেখে নেবে প্লেটে কতগুলো বাদাম পড়ে আছে। সাতটার বেশি বাদাম কোনওমতেই প্লেটে পড়ে থাকবে না, দেখতে পাবে।

নীচের দেওয়া তালিকাটার একটা কপি নিজের পকেটে রাখবে জাদুর এই খেলাটা দেখানোর সময়।

আলু = A, পেঁয়াজ = B, টম্যাটো = C			
একনম্বর বন্ধু = 1	দুনম্বর বন্ধু = 2	তিন নম্বর বন্ধু = 3	প্লেটে অবশিষ্ট মটরদানার সংখ্যা
A	B	C	1
A	C	B	3
B	A	C	2
B	C	A	5
C	A	B	6
C	B	A	7

এবার কাগজটা (তালিকাটির কপি) পকেট থেকে বের করে মন্ত্র পড়ার ভান করতে করতে প্লেটে অবশিষ্ট মটরদানার সংখ্যার (যা আগেই আড়চোখে গুনে রেখেছ) লাইন বরাবর দেখে নাও। মনে করো অবশিষ্ট মটরদানার সংখ্যা 5. ওপরের তালিকা অনুযায়ী 5 এর লাইনে যেমন আছে B, C এবং A সংকেতের জিনিসগুলি যথাক্রমে 1 নম্বর, 2 নম্বর এবং 3 নম্বর বন্ধুর পকেটে আছে। কাগজটার ওপরের লাইনে মনে রাখার সুবিধার জন্য A মানে

আলু, B মানে পেঁয়াজ আর C মানে টম্যাটো, তাও লিখে দেওয়া আছে। এবার অনায়াসে এক নম্বর বন্ধুকে পেঁয়াজ, দুই নম্বরকে টম্যাটো আর তিন নম্বরকে আলুটা পকেট থেকে বের করতে বলতে পারো। সাবধানে থাকবে যেন গোপন মন্ত্র লেখা চার্টটা বন্ধুরা কোনমতে দেখতে না পায়।

এবার আর জাদু নয়, জাদুকে ভালবেসে যদি গণিতকে ভাল লেগে গিয়ে থাকে, তা হলে গণিতের কতকগুলো কৌশল শিখিয়ে দেব এর পর।

দ্বিতীয় অঙ্ক

কৌশলে গণিত

তোমাদের বেশ সময় দেওয়া হয়েছে বন্ধুদের মধ্যে জাদুগণিতের প্রদর্শনের জন্য। স্কুলের পিরিয়ডে, বিকেলে বেড়াবার ফাঁকে ফাঁকে, রবিবারের আড্ডায়, এসব এতদিনে বহু বন্ধুকে দেখানো হয়ে গেছে নিশ্চয় একাধিকবার। ওরা বোধহয় আরও নতুন জাদু দেখতে চাইছে।

কিন্তু এবার জাদু নয়, প্রতিশ্রুতি মতো গণিতের কতকগুলো কৌশল বা টিপস শিখিয়ে দেব এবার। এগুলো পরীক্ষায় এবং জীবনে বহুবার কাজে লাগবে। বন্ধুদের অবাক করে দেওয়ার ব্যাপারেও এই কৌশলগুলির ভূমিকা কম হবে না।

আগের জাদুগুলি যাদের পুরো রপ্ত হয়েছে তাদের উপাধি দিলাম 'গণিত জাদুকর' আর এবার যে কৌশলগুলি বোঝাব, সেগুলি আয়ত্ত করে নিতে পারলে সেই সঙ্গে 'গণিতকুশলী' আখ্যাও দেওয়া যেতে পারে।

এক নম্বর [মুখে মুখে বর্গ নির্ণয়] ,

যে-কোনও সংখ্যার শেষে 5 থাকলে তার বর্গফল মুহূর্তে বলে দেওয়ার কৌশল। 85^2 বা 85×85 কত হবে ? 5 এর আগে যে সংখ্যা থাকবে, তাকে তার পরের সংখ্যা দিয়ে গুণ করো। এখানে 5 এর আগে আছে 8,8কে 9 দিয়ে গুণ করলে 72 হবে। এর পরে 25 জুড়ে দাও। নির্ণেয় গুণফল 7225.

আরও উদাহরণ : $45^2 = 2025$ ($4 \times 5 = 20$, পরে 25 জুড়ে দাও)

$65^2 = 4225$ ($6 \times 7 = 42$, পরে 25 জুড়ে দাও)

শুধু দুই অঙ্কের সংখ্যা নয়, যে-কোনও অঙ্কের সংখ্যা সম্বন্ধেই এই নিয়ম প্রযোজ্য। শর্ত কেবল সংখ্যাটির শেষ অঙ্ক 5 হওয়া চাই।

উদাহরণ : $125^2 = 15625$ ($12 \times 13 = 156$, পরে 25 জোড়া)
$245^2 = 60025$ ($24 \times 25 = 600$, শেষে 25 জোড়া)

দুই নম্বর (9 দিয়ে গুণের মজা)

ওপরে যতটা 9, নীচে ততটা 9. এই রকম দুই সংখ্যার গুণফল, গুণ না করেই মুহূর্তে বলে দেবার কৌশল। উদাহরণটা আগে দিই :—

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 9999 \\ \hline 99980001 \end{array}$$

যতগুলো 9 এক এক সারিতে আছে, গুণফলে তার থেকে একটা কম 9 বসিয়ে তারপর একটা 8, পরে যতগুলো 9 লিখেছ ততগুলো 0 লিখে, সবশেষে 1 বসাও। সব মিলিয়ে গুণফল দাঁড়িয়েছে 99980001।

আরেকটা উদাহরণ :—

$$\begin{array}{r} 999999 \\ \times 999999 \\ \hline 999998000001 \end{array}$$

এটাও একই নিয়মে করা হয়েছে। আমার কথায় বিশ্বাস না করে নিজেরা গুণ করে দেখে মিলিয়ে নাও। আর ছোট বড় আরও সংখ্যা নিয়ে নিজেরাই আগে গুণফল লিখে রেখে, পরে গুণ করে মিলিয়ে নাও। কি, মিলছে না ? আর মিলে গেলেই কেমন আনন্দ বলো তো ! এই নিয়মও কিন্তু একমাত্র 9-এর ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

তিন নম্বর (সংখ্যার বিভাজ্যতা)

ছোট ছোট সংখ্যাকে কত দিয়ে ভাগ করলে মিলবে, ভাগ করে দেখে নিলেই হল। কিন্তু বড় বড় সংখ্যার বেলায়, যখন এই ভাগের কাজ খুব বড় হয়ে যাবার সম্ভাবনা, তখন সংখ্যাটি বা সংখ্যাগুলি 2 থেকে 12 পর্যন্ত কোন্ কোন্ সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য (7 বাদে, 7 সম্বন্ধে কোনও এ জাতীয় কৌশল নেই), তা নিমেষে বলে দেওয়ার কৌশলই এবার জানাব।

2 দ্বারা বিভাজ্য কি না :— যে-কোনও সংখ্যা, তা সে যত বড়ই হোক

না কেন, শেষ অঙ্কটি জোড় সংখ্যা (2, 4, 6, 8 বা 0) হলেই—পুরো সংখ্যাটি 2 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

3 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটিও 3 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ :— 5781, এই সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল 5 + 7 + 8 + 1 = 21 সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য। অতএব মূল সংখ্যাটি অর্থাৎ 5781 সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য।

4 দ্বারা বিভাজ্য কি না :— যে-কোনও সংখ্যার শেষ দুটি অঙ্কে মিলে যে সংখ্যা, তা 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটিও 4 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ :— 53924, এই সংখ্যার শেষ দুই অঙ্কে মিলে 24 সংখ্যাটি যেহেতু 4 দ্বারা বিভাজ্য, পুরো সংখ্যাটিও তাই 4 দ্বারা বিভাজ্য।

5 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—যে-কোনও সংখ্যার শেষ অঙ্কটি 0 অথবা 5 হলে, সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য।

6 দ্বারা বিভাজ্য কি না :— যে-কোনও সংখ্যার শেষ অঙ্কটি জোড় সংখ্যা হলে এবং ওপরের নিয়মে 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে মূল সংখ্যাটি 6 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ :—9234.

7 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—এ বিষয়ে 7 একটা দলছাড়া অঙ্ক। বিভাজ্যতার ব্যাপারে এ সংখ্যা কোনও সহযোগিতা করে না। তবে 7 সংখ্যাটি নিয়ে একটি সুন্দর ব্যাপার আছে। যথাসময়ে বলব সেই কথা।

8 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—যে-কোনও সংখ্যার শেষ তিনটি অঙ্ক মিলে যে সংখ্যা, তা যদি 8 দ্বারা বিভাজ্য হয়, মূল সংখ্যাটিও 8 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ : 597328, এই সংখ্যাটির শেষ তিন অঙ্ক মিলে যে সংখ্যা 328, তা 8 দ্বারা বিভাজ্য। তাই 597328 সংখ্যাটি 8 দ্বারা বিভাজ্য।

9 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—নিয়মটা 3-এর মতোই। সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল 9 দ্বারা বিভাজ্য হলে, সংখ্যাটিও 9 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ— 87651, এই সংখ্যার অঙ্কগুলির যোগফল 8 + 7 + 6 + 5 + 1 = 27 সংখ্যাটি 9 দ্বারা বিভাজ্য, তাই 87651 সংখ্যাটিও 9 দ্বারা বিভাজ্য।

10 দ্বারা বিভাজ্য কি না :— এটা তো সবাই জানো। যে সংখ্যার শেষে 0, তাই 10 দ্বারা বিভাজ্য।

11 দ্বারা বিভাজ্য কি না :—এটি অন্যগুলির তুলনায় একটু অন্য ধরনের। আগে উদাহরণ দিই, তাতে বোঝার সুবিধা হবে। 67892, এই সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য কি না। শুরুর অঙ্কের মাথায় একটা পুঁটকি দাও, তার পর একটা করে অঙ্ক বাদ দিয়ে প্রতি দ্বিতীয় অঙ্কের মাথায় দাও পুঁটকি, যেমন আমি দেখিয়েছি ওপরে। এবার পুঁটকি দেওয়া অঙ্কগুলির এবং পুঁটকি না দেওয়া অঙ্কগুলির যোগফল আলাদা করে বের করে ফেল। পুঁটকি দেওয়া অঙ্কগুলির যোগফল এখানে $6 + 8 + 2 = 16$, না দেওয়া অঙ্কগুলির সমষ্টি $7 + 9 = 16$. এই দুটি পৃথক পৃথক যোগফলের বিয়োগফল 0 কিংবা 11-এর গুণিতক হলে, মূল সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য। যেমন এই $\dot{6}7\dot{8}9\dot{2}$ সংখ্যাটি। একটু গোলমেলে মনে হচ্ছে বোধ হয়। হয়ত ভাবছ, এর থেকে 11 দিয়ে ভাগ করে নেওয়াই বেশি সোজা। একটু রপ্ত হয়ে গেলেই কিন্তু বুঝবে ব্যাপারটা মোটেই গোলমালের নয় এবং মস্ত মস্ত সংখ্যার ব্যাপারে কত সুবিধা হবে এই নিয়মে।

12 দ্বারা বিভাজ্য কি না :— যে সংখ্যা ওপরের নিয়মে 3 এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যাটি 12 দ্বারা বিভাজ্য। উদাহরণ :—67524.

চার নম্বর (মন্দিরের সিঁড়ি)

একটা মন্দিরে উঠছ কয়েকজন বন্ধু। মন্দিরে ওঠার 100টা সিঁড়ি। একজনের খেয়াল হল, যত নম্বর সিঁড়ি ততগুলি দাগ টানবে সেই সিঁড়িতে। যেমন 9 নম্বর সিঁড়িতে 9 টা দাগ, 73 নম্বর সিঁড়িতে 73 টা, 100 নম্বর সিঁড়িতে 100 টা। দাগ দেওয়ার পর ফেরার পথে একজনের খেয়াল হল, মোট কতগুলো দাগ দেওয়া হয়েছে গুনে দেখবে। সে গুনতে গুনতে এল। অনেকক্ষণ পরে সে যখন ঘেমে-নেয়ে নামল, তুমি হাসতে হাসতে বলবে, মোট কতগুলো দাগ হল? 5050টা? বন্ধুর চক্ষুস্থির হয়ে যাবে—যখন দেখবে, সত্যিই বহু কষ্টে গুনে এবং হিসেব করে সে এই সংখ্যাটিই পেয়েছে।

কৌশলটা বলে দিই।

$(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 98 + 99 + 100)$, 100 টা সিঁড়িতে তো মোট এতগুলো দাগ আছে। এই যোগের কৌশল হল—(প্রথম সংখ্যা + শেষ সংখ্যা) × শেষ সংখ্যার অর্ধেক। এক্ষেত্রে $(1 + 100) \times \frac{100}{2} = 101 \times 50 = 5050$. যোগের শুরু কিন্তু 1 থেকে হওয়া চাই আর সংখ্যাগুলি পরপর হওয়া চাই।

এখন যদি বলা হয় 81 থেকে 100 নম্বর সিঁড়িতে মোট কতগুলো দাগ আছে তা হলে কী করতে হবে ?

1 থেকে 80 এর যোগফল $(1 + 80) \times \frac{80}{2} = 3240$ অর্থাৎ প্রথম থেকে 80 নম্বর পর্যন্ত 3240 টা দাগ আছে। আমরা জানি 100 নম্বর পর্যন্ত 5050 টা দাগ আছে। তা হলে 81 নম্বর থেকে 100 নম্বর পর্যন্ত সিঁড়ির দাগের যোগফল $5050 - 3240 = 1810$.

1 থেকে একটি করে সংখ্যা বাদ দিয়ে দিয়ে যোগ করারও কৌশল আছে।

উদাহরণ :— $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 =$ কত ? এখানে প্রথম ও শেষ সংখ্যার যোগফলের বর্গকে 4 দিয়ে ভাগ করলেই যোগফল পাওয়া যাবে। ওপরের অঙ্কে নির্ণেয় যোগফল $(1 + 15)^2 \div 4 = 16 \times \frac{16}{4} = 64$

পাঁচ নম্বর (মৌলিক যৌগিক)

মৌলিক আর যৌগিক সংখ্যা কাকে বলে নিশ্চয়ই জানো সবাই। যে সংখ্যাকে 1 এবং সেই সংখ্যা ছাড়া আর কোনও পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে মেলে না সেটাই মৌলিক। যেমন 7, 19, 97, 101

যৌগিক সংখ্যার সংজ্ঞা হল, যে সংখ্যা 1 এবং সেই সংখ্যা ছাড়াও অন্য কোনও পূর্ণসংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য। যেমন 6, 27, 91, 128

এই মৌলিক প্রসঙ্গে একটি বিশেষ ধরনের সংখ্যার কথা বলব। প্রথমে 1 এবং শেষে 1 এমন কোনও সংখ্যার মাঝখানে যদি কয়েকটি 0 থাকে (অন্য সংখ্যা থাকবে না) তা হলে সেই শূন্যর সংখ্যা বিজোড় হলে সংখ্যাটি মৌলিক আর জোড় হলে যৌগিক, 11 দ্বারা বিভাজ্য। যেমন 1001

যৌগিক সংখ্যা— 11 দ্বারা বিভাজ্য, কিন্তু 10001 মৌলিক সংখ্যা। একবার 11 দিয়ে বিভাজ্যতার পাতাটা উল্টে নিয়ে দ্যাখো। কোনটা 11 দিয়ে বিভাজ্য আর কোনটা নয়, ওই নিয়মে বিচার করে দেখে নাও।

ছয় নম্বর (পাঁচটা বাটখারা)

চারটা বাটখারা দিয়ে 1 থেকে 40 কেজি পর্যন্ত যে-কোনও পুরো কেজি ওজনের কথা তোমরা বোধহয় জানো। পাঁচটা বাটখারা দিয়ে 1 থেকে 121 কেজি পর্যন্ত যে-কোনও পুরো কেজি ওজন করা যায়, তা জানো কি ?

অবাক লাগছে ? শোনো তবে, বাটখারা 5 টি হল 1 কেজি, 3 কেজি, 9 কেজি, 27 কেজি এবং 81 কেজি। পাল্লার একদিকে অথবা প্রয়োজনে দুই দিকে এই বাটখারা রেখে 1 কেজি থেকে 121 কেজি পর্যন্ত যে-কোনও পুরো কেজি জিনিস ওজন করা যাবে।

মনে করো 100 কেজি ওজন দরকার। পাল্লার একদিকে 1 কেজি 27 কেজি আর 81 কেজি চাপাও, অন্যদিকে (যেদিকে জিনিস থাকবে) চাপাও 9 কেজি বাটখারা। কী, $1 + 27 + 81 - 9 = 100$ কেজি হল না ? যে-কোনও ওজন এভাবে করা যাবে, পরীক্ষা করে দেখে নাও।

বাটখারাগুলোর ওজন মনে রাখার একটা সোজা নিয়ম বলে দিই। 1 কেজি, $1 \times 3 = 3$ কেজি, $3 \times 3 = 9$ কেজি, $9 \times 3 = 27$ কেজি এবং $27 \times 3 = 81$ কেজি। আমার কথায় বিশ্বাস না করে 1 থেকে 121 প্রতিটি কেজি ওজন কেমন করে করা যাবে—নিজে নিজে হিসেব করে নেবে কিন্তু।

সাত নম্বর [দাবার ছক আর দুটি ঘুঁটি]

একটা দাবার বোর্ডে দুটি ঘুঁটি আছে। এই ঘুঁটি দুটি সব চেয়ে বেশি কত রকমভাবে বোর্ডে রাখা যায় ?

অবাক হয়ে যেয়ো না। উত্তর হল 4032 রকম ভাবে (64×63)। কী করে হচ্ছে ? মনে করো প্রথম ঘুঁটিটা যে-কোনও একটা কোণের ঘরে রাখলে দাবা বোর্ডের 64 ঘরের মধ্যে। ওটা ওখানে রেখে দ্বিতীয় ঘুঁটিটা বাকি 63 ঘরের প্রত্যেকটায় রাখা যেতে পারে। এবার প্রথম ঘুঁটিটাকে পর

পর 2 নম্বর 3 নম্বর 4 নম্বর করে 64 নম্বর পর্যন্ত বসাও। প্রথম ঘুঁটিটাকে এক এক ঘরে বসিয়ে রেখে দ্বিতীয় ঘুঁটিকে 63টি আলাদা আলাদা ঘরে রাখা যায়। তা হলে দাবা বোর্ডের 64 ঘরে দুটি ঘুঁটিকে আলাদা ভাবে $64 \times 63 = 4032$ ভাবে রাখা গেল না ?

আট নম্বর [1-এর বিক্রম]

1 সংখ্যাটিকে চারবার ব্যবহার করে সব থেকে বড় কী সংখ্যা সৃষ্টি করা যায় বলো দেখি। সবাই হাত তুলছ, তুলবেই তো। এর চেয়ে সোজা প্রশ্ন আর কী হতে পারে ? কত উত্তর ? 1111 তো ?

না—মোটেই নয়।

উত্তর হল $11^{11} = 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 285311670611$

এটা যখন 11 কে পর পর 11 বার গুণ করে পাওয়া গেল, তখন নিশ্চয়ই 11 দ্বারা বিভাজ্য। এই সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য কি না তা ভাগ করে দেখা সোজা, না বিভাজ্যতার সূত্র দিয়ে ? ভেবে দ্যাখো দেখি, আর ঘড়ি ধরে করেও দ্যাখো।

নয় নম্বর [এক লাইনে গুণ এবং সোমেশ ঘোষ]

তোমরা সবাই তো গুণী ছেলে। গণিত-কৌশল অধ্যায়ে বড় বড় গুণ এক লাইনে করার কৌশল শিখিয়ে দিয়ে তোমাদের আরও গুণী (মহাগুণী) করে দেবার ইচ্ছে। দুটো উদাহরণ দিয়ে শিখিয়ে দিই ব্যাপারটা।

85×85 আর 234×356, এই দুটো গুণ কেমন করে এক লাইনে করা যায়, শিখিয়ে দিই।

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times\, 85 \\ \hline 7225 \end{array}$$

কেমন করে এক লাইনে করা হল—শোনো। আগে একটা ব্যাপার যা তোমরা ভাল করেই জানো, আরেকবার শুনে নাও।

একক × একক = একক	দশক × শতক = সহস্রক
একক × দশক = দশক	শতক × দশক = সহস্রক
দশক × একক = দশক	শতক × শতক = অযুতক (দশ সহস্রক)
দশক × দশক = শতক	

85 × 85 এই গুণে এককের 5 × এককের 5 করলে 25 হয়। তার 5 নামল। হাতে থাকল 2 দশক। এবার যে যে অঙ্কে গুণ করলে দশক হয় দেখা যাক। দশক × একক (8 × 5) + একক × দশক (5 × 8) + হাতের দশক (2) = 40 + 40 + 2 = 82 র 2 নামে, হাতে থাকে শতকের 8. এবার দশকের 8 কে দশকের 8 দিয়ে গুণ করলে হয় 64 + হাতের 8 দিয়ে 72 নেমে গেল। গুণফল হল 7225.

গুণটি শেষে 5 যুক্ত সংখ্যার বর্গের নিয়মেও মিলে যাচ্ছে দ্যাখো। এবার দ্বিতীয় উদাহরণ :

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 356 \\ \hline 83304 \end{array}$$

এই গুণটিও এক লাইনে করা হয়েছে। এককের 4 × এককের 6 = 24; 4 নামে, হাতে থাকে 2

(দশকের 3 × এককের 6) + (এককের 4 × দশকের 5) + হাতের 2 = 18 + 20 + 2 = 40 এর 0 নামে, হাতে থাকে 4

এবার (এককের 4 × শতকের 3) + (এককের 6 × দশকের 2) + (দশকের 3 × দশকের 5) + হাতের 4 = 12 + 12 + 15 + 4 = 43-এর 3 নামে, হাতে থাকে সহস্রকের 4.

এর পর (দশকের 3 × শতকের 3) + (শতকের 2 × দশকের 5) + হাতের 4 = 9 + 10 + 4 = 23 এর 3 নামে। হাতে থাকে 2, এবং সর্বশেষে (শতকের 2 × শতকের 3) + হাতের 2 = 6 + 2 = 8 নামল।

উত্তর পাওয়া গেল 83304

একটু কঠিন লাগল নিশ্চয়ই। কিন্তু যারা মুখে মুখে গুণ আর যোগ তাড়াতাড়ি করতে পারো, তাদের পক্ষে এটা কিছুই নয়। তিন লাইনে সাধারণভাবে গুণ করে দেখে নাও, ঠিক হয়েছে কি না ওপরের গুণটা।

একই নিয়মে চার অঙ্কের সংখ্যাকে চার অঙ্কের, পাঁচ অঙ্কের সংখ্যাকে পাঁচ অঙ্কের এবং আরও বেশি সংখ্যার গুণও এক লাইনে করা যায়।

শুনলে অবাক হবে এবং উৎসাহও পাবে, আমাদের দেশের বিখ্যাত গণিতবিদ স্বর্গত সোমেশ ঘোষ মহাশয় লন্ডনে বসে ওপরে 100 অঙ্কের সংখ্যাকে নীচে 100 অঙ্কের সংখ্যা দিয়ে এক লাইনে গুণ করেছিলেন। অবাক করেছিলেন লন্ডনের বিরাট বিরাট গণিতবিদদের—যাঁরা তাঁর অভিনিবেশে বিঘ্ন ঘটাবার জন্য নাকি পাশের ঘরে অবিরাম অর্কেস্ট্রা বাজানোর ব্যবস্থা করেছিলেন, যতক্ষণ ঋষিপ্রতিম এই পুরুষ তাঁর গণিতধ্যানে মগ্ন থেকে এই বিরাট হিসাবটি করছিলেন।

তোমরাও 100 টা না হোক অনুশীলন করতে করতে 10 অঙ্কের সংখ্যাকে 10 অঙ্কের সংখ্যা দিয়ে গুণ করে দ্যাখো না অবসর সময়ে। মিলে গেলে কী আনন্দ যে হবে। (দশটা × দশটা) পর্যন্ত গুণ যারা পারবে, তাদের আর কিছু না হোক 'মহাগুণী' আখ্যা তো দেওয়া যেতেই পারে, কী বলো ?

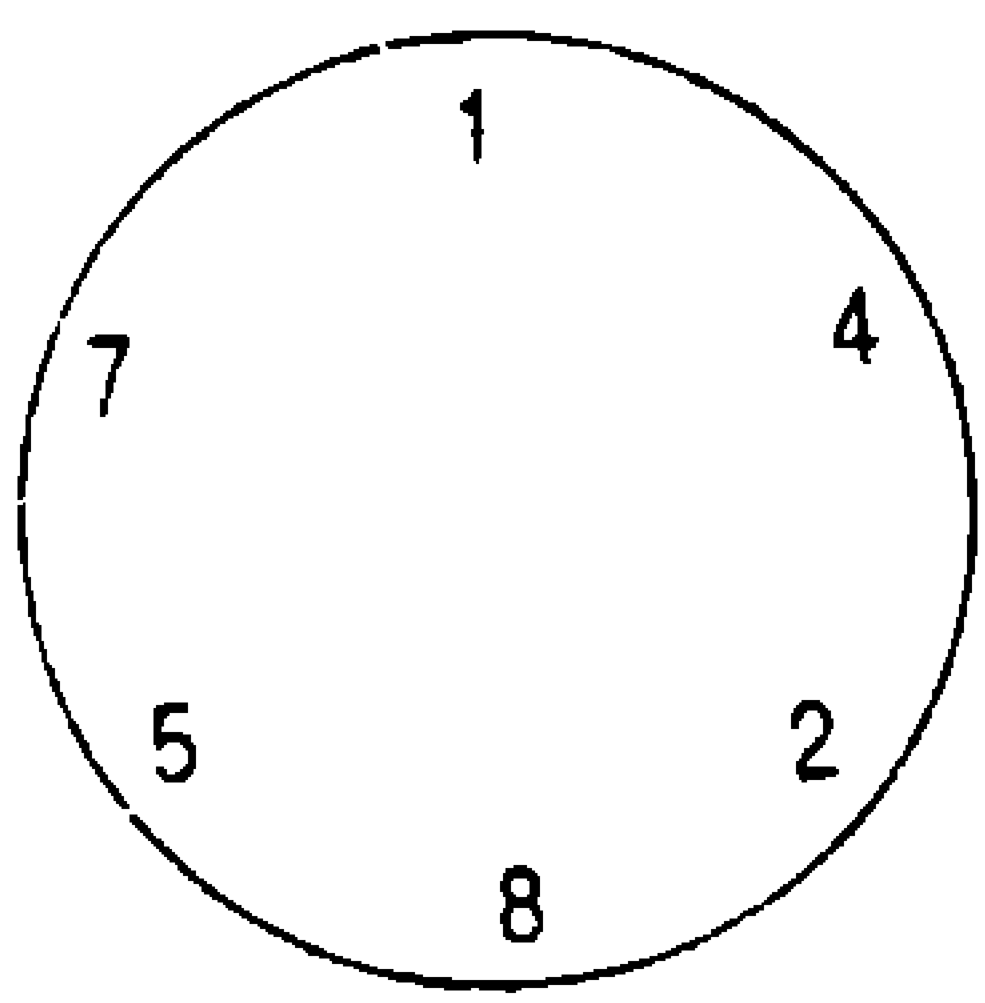
তোমরা এগুলো অভ্যাস করো ক'দিন। তারপরে যদি ভাল লাগে (ভাল লাগবেই), পরের ছোট অধ্যায়টা পড়ে দ্যাখো। এতে কতকগুলো অভিনব সংখ্যা আর অঙ্কের মজার কথা বলব।

তৃতীয় অঙ্ক

অভিনব গণিত

তোমাদের নিশ্চয়ই মনে আছে, 'কৌশলে গণিত' অধ্যায়ে 7 একটা খাপছাড়া সংখ্যা, এই কথা বলেছিলাম। সেই সঙ্গে বলেছিলাম, 7 নিয়ে কিন্তু একটা সুন্দর ব্যাপার আছে। সেটাই আগে বলে নিই 'অভিনব গণিত'-এর প্রথমেই। দেখতে পাবে 7 নিজে কীরকম নতুন ধরনের বা অভিনব সংখ্যা।

এক নম্বর (7-এর অভিনবত্ব)



পাশের ঘড়ির মতো ছবিতে সংখ্যাগুলি 1 থেকে ডানদিকে পড়লে হয় 142857. এই সংখ্যাটি 999999 এর সাতভাগের একভাগ। একে 2, 3, 4, 5, 6 গুণ করলে হয় যথাক্রমে 285714, 428571, 571428, 714285 এবং 857142.

ওপরের ঘড়ির মতো ছবিটা দ্যাখো। 142857-এর গুণফলগুলি ওই ঘড়ি ধরে পরপর আসবে। শুধু প্রথম অঙ্কটি কী হবে ঠিক করে নিতে হবে। 142857 সংখ্যাটির প্রথম দুই অঙ্কে 14, 14কে 2, 3, 4, 5, এবং 6 দিয়ে গুণ করলে হয় 28, 42, 56, 70 এবং 84. এদের প্রথম অঙ্ক 2, 4, 5, 7 এবং 8. ঘড়িতে 2, 4, 5, 7 এবং 8 দিয়ে শুরু করে ডান দিকে ঘুরে অঙ্কগুলি লিখলেই 142857 এর 2, 3, 4, 5 এবং 6 গুণ হয়ে যাবে। আর 7 দিয়ে গুণ করলে ছটা 9 হয়, অর্থাৎ 999999. আগে বলেছিলাম, ভগ্নাংশ দশমিকের ধারে যাব না। কিন্তু 7 এর মাহাত্ম্য কীর্তন করতে গিয়ে বাধ্য হয়ে একটি বারের জন্য ভগ্নাংশ ও পৌনঃপুনিক দশমিকের কথা বলতে হচ্ছে। কিন্তু

এই একবারই শেষবার। কাণ্ড দ্যাখো 7 এর

$$.142857 = \frac{\dot{1}4285\dot{7}}{999999} = \frac{1}{7}$$

$$.285714 = \frac{\dot{2}8571\dot{4}}{999999} = \frac{2}{7}$$

$$.428571 = \frac{\dot{4}2857\dot{1}}{999999} = \frac{3}{7}$$

$$.571428 = \frac{\dot{5}7142\dot{8}}{999999} = \frac{4}{7}$$

$$.714285 = \frac{\dot{7}1428\dot{5}}{999999} = \frac{5}{7}$$

$$.857142 = \frac{\dot{8}5714\dot{2}}{999999} = \frac{6}{7}$$

দুই নম্বর (ডিজাইনের গুণ, এক)

7 দিয়েই একটা ডিজাইনের গুণ শেখাই।

$7777 \times 7777 = 60481729$।

এই গুণের ব্যাপারটাকে অত্যন্ত সুন্দর একটা ডিজাইন করা যায়। এখানে দেখাচ্ছি।

$$\begin{array}{r}
7777 \\
\times\ 7777 \\
\hline
49 \\
4949 \\
494949 \\
49494949 \\
494949 \\
4949 \\
49 \\
\hline
60481729
\end{array}$$

7 এর বর্গসংখ্যাটি (49) প্রথম লাইনে একবার লেখা হল। দ্বিতীয় লাইনে দুবার, তৃতীয় লাইনে তিনবার, চতুর্থ লাইনে চারবার পাশের স্টাইলে। পঞ্চম, ষষ্ঠ আর সপ্তম লাইনে আবার ক্রমশ তিনবার, দুবার এবং একবার লিখে একটি চমৎকার 7 লাইনের ডিজাইন হল। আর এদের যোগফল হল সংখ্যাদুটির গুণফল।

এই নিয়ম অবশ্য শুধু 7 নয়, 4, 5, 6, 7, 8, এবং 9 সব ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। 1, 2, এবং 3 এর ক্ষেত্রে (যাদের বর্গ এক অঙ্কের) নয়।

(ডিজাইনের গুণ,দুই)

ওপরে যেমন 4 থেকে 9 এর গুণের ডিজাইন দেখালাম, 1 থেকে 9 পর্যন্ত সবক্ষেত্রে প্রযোজ্য আরেকরকম গুণের ডিজাইন দেখাই।

$$
\begin{array}{r}
555 \\
\times 555 \\
\hline
5 \\
555 \\
55555 \\
\hline
61605 \\
\times 5 \\
\hline
308025
\end{array}
$$

গুণ্যে বা গুণকে যতগুলো 5 আছে, তত লাইনে 5 লেখা হবে পাশের ডিজাইনে, প্রথম লাইনে 1 টা, দ্বিতীয়ে 3 টা, তৃতীয়ে 5 টা এই নিয়মে। তারপর যোগ করে যোগফলকে 5 দিয়েই গুণ করতে হবে। তা হলেই পাওয়া যাবে নির্ণেয় গুণফল।

একই অঙ্ক বিজোড় সংখ্যকবার পরপর লিখে, যে সংখ্যা হল, তাকে সেই সংখ্যা দিয়েই গুণ করা যাবে ওপরের ডিজাইনে। যেমন 6 অঙ্কটিকে পরপর 5 বার লিখে যে সংখ্যা হল [66666] তাকে ওই সংখ্যা দিয়েই গুণ করার ব্যাপারটাও ওপরের মতোই। ডিজাইন দিয়ে দেখিয়ে দিই।

$$\begin{array}{r} 66666 \\ \times\ 66666 \\ \hline 6 \\ 666 \\ 66666 \\ 6666666 \\ 666666666 \\ \hline 740725926 \\ \times\ 6 \\ \hline 4444355556 \end{array}$$	যত গুলো 6, তত লাইনে 6 লেখা হবে। এখানে 5 টা করে 6 আছে পাশের ডিজাইনে লিখে, যোগ করে 6 দিয়েই গুণ করতে হবে যোগফলকে। তা যদি করো তা হলেই পাওয়া যাবে নির্ণেয় গুণফল। গুণ করে দেখে নাও। এই গুণগুলিতে খুব সুবিধার কিছু আছে, তা কিন্তু বলছি না। গণিতের অভিনবত্ব প্রসঙ্গেই এ-গুণের অভিনব প্রক্রিয়াগুলি দেখালাম।

তিন নম্বর (1729 এবং রামানুজন)

বিখ্যাত দক্ষিণ ভারতীয় গণিতবিদ শ্রীনিবাস রামানুজন (1920 খ্রিস্টাব্দে মাত্র 32 বৎসর বয়সে মারা যান) সব সংখ্যার মধ্যেই অভিনবত্ব পেতেন বা আবিষ্কার করতেন। ইংল্যান্ডের বিখ্যাত গণিতজ্ঞ মিস্টার হার্ডি হাসপাতালে রামানুজনকে দেখতে গিয়ে বলেন আমি এই মাত্র যে গাড়িতে এলাম, তার নম্বরটা বেখাপ্পা 1729, তুমি কি এর মধ্যেও অভিনবত্ব বের করবে? মৃত্যুপথযাত্রী তরুণ গণিতপণ্ডিত মুহূর্ত চিন্তা না করে বলেছিলেন, এটা তো দারুণ একটা ইনটারেস্টিং নম্বর। দু জোড়া ঘনফলের একই যোগফল অনেক হতে পারে, কিন্তু এই রকম সংখ্যার মধ্যে ক্ষুদ্রতম হচ্ছে 1729. এটি $10^3 + 9^3$ $(1000 + 729 = 1729)$, আবার $12^3 + 1^3 = (1728 + 1 = 1729)$

দীর্ঘজীবনের অধিকারী হলে এই অবিস্মরণীয় গণিতজ্ঞ কী যে করতে পারতেন গণিতের ইতিহাসে, কে জানে!

চার নম্বর (সব সময় 37)

যে-কোনও অঙ্ক পরপর তিনবার লেখো। সেই অঙ্কটিকে তিনবার যোগ

করে, তাই দিয়ে পরপর তিনবার লেখা অঙ্কে গঠিত সংখ্যাটিকে ভাগ করো। সব সময় উত্তর হবে একই—37

উদাহরণ :— $555 \div (5 + 5 + 5) = 555 \div 15 = 37$

$888 \div (8 + 8 + 8) = 888 \div 24 = 37$

ব্যাপারটা খুবই ছোট্ট, কিন্তু খুব মজারও, তাই না ?

পাঁচ নম্বর (বর্গমূল ও ঘনমূল)

কতকগুলি বিশেষ সংখ্যার বর্গমূল, সংখ্যাটির অন্তর্গত অংশের যোগফলের সমান। কয়েকটি উদাহরণ দিই।

$\sqrt{81} = 9 = 8 + 1$

$\sqrt{3025} = 55 = 30 + 25$

$\sqrt{9801} = 99 = 98 + 01$

$\sqrt{88209} = 297 = 88 + 209$

$\sqrt{494209} = 703 = 494 + 209$

$\sqrt{998001} = 999 = 998 + 001$

$\sqrt{99980001} = 9999 = 9998 + 0001$

কতকগুলি বিশিষ্ট সংখ্যার ঘনমূল, সেই সংখ্যার অঙ্কসমষ্টির যোগফলকে উল্টে দিলেই পাওয়া যাবে।

উদাহরণ :—

বিশিষ্ট সংখ্যা	সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল	সংখ্যাটির ঘনমূল
148877	35	53
238328	26	62
373248	27	72
531441	18	81
551368	28	82

পিকনিকে জাদুর সাতনম্বর খেলার (ঘন থেকে ঘনমূল) নিয়মে ঘনমূল তাড়াতাড়ি বের করার কৌশল তো তোমরা জানোই। তাই ওপরের

সংখ্যাগুলি সম্বন্ধে যা বললাম, তার সত্যতা যাচাই করা তো তোমাদের কছে জাদুর খেলা। তা ছাড়া আমার প্রমাদে বা মুদ্রণ প্রমাদে কিছু অঙ্কের হেরফেরও হয়ে যাওয়া বিচিত্র নয়। তাই পরীক্ষা না করে কিছু মেনে নিয়ো না। আর ভুল পেলেই আমার কাছে অভিযোগ পাঠাও, যাতে সে ভুল শুধরে নিতে পারি।

আবার বর্গমূল :—

কিছু অভিনব সংখ্যার বর্গমূলেও ঘনমূলের ওপরের নিয়ম প্রযোজ্য। যেমন—

বিশিষ্ট সংখ্যা	সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল	সংখ্যাটির বর্গমূল
6561	18	81
8281	19	91

ছয় নম্বর (দুদিক থেকে যোগ)

ইংরেজি সংখ্যার চেহারার বিশিষ্টতার ফলে ছোটবেলায় আমার দাদার সঙ্গে আমার কী রকম বচসা হয়েছিল কয়েকটি যোগের ব্যাপার নিয়ে, সেইটা এবার বলি। একটা স্লেটে দাদা তিনটে যোগ করছে—

1585	1765	1504
908	968	969
869	698	688
1777	1666	1657

দাদা কী কারণে এই যোগগুলো করেছিল জানি না। দাদা একটু উঠে যেতেই উল্টো দিক থেকে স্লেটটা ধরে আমি নতুন করে যোগগুলো করলাম। দাদার উত্তর ছিল 1777, 1666 এবং 1657, দেখতেই পাচ্ছ আমার করা যোগে যোগফলগুলি হয়েছে, 1504, 1765 আর 1585. দাদাকে বললাম তোমার যোগে ভুল আছে। আমি ঠিক করেছি। এই নিয়ে বচসা। বাবার কাছে বিচারের জন্য যেতে, বাবা একটু দেখে হো হো করে

হেসে উঠলেন, আর দু'দিক থেকে শ্লেট ধরার ফলেই এই বিপত্তি, তাও বুঝিয়ে দিলেন। তোমাদের এই ব্যাপার নিয়ে কারও সঙ্গে বচসার ব্যাপার থাকল না, কারণ উল্টে ধরার ঘটনাটা তো আর তোমাদের অজানা থাকল না।

সাত নম্বর (যোগের উল্টো গুণ)

আরও কয়েকটি বিশেষ সংখ্যার কথা বলি। এতে দুটি সংখ্যার যোগফলের সংখ্যাটাকে উল্টে দিলেই সংখ্যাদুটির গুণফল হয়ে যায়। যেমন :—

$24+3=27$	$24 \times 3 = 72$
$47+2=49$	$47 \times 2 = 94$
$497+2=499$	$497 \times 2 = 994$

কেশ মজার সংখ্যা নয় এগুলি ?

আট নম্বর (গুণে 1 থেকে 9)

এমন কিছু গুণের ব্যাপার আছে, যেগুলোতে গুণ্য, গুণক আর গুণফলে 1 থেকে 9 পর্যন্ত সবকটা অঙ্ক একবার করে ব্যবহার হয়েছে। কয়েকটা উদাহরণ দিচ্ছি :—

$$12 \times 483 = 5796$$
$$18 \times 297 = 5346$$
$$27 \times 198 = 5346$$
$$28 \times 157 = 4396$$
$$39 \times 186 = 7254$$
$$42 \times 138 = 5796$$
$$48 \times 159 = 7632$$
$$4 \times 1738 = 6952$$
$$4 \times 1963 = 7852$$

নয় নম্বর (ভাগে 0 থেকে 9 অঙ্ক)

1 থেকে 9 সব অঙ্ক থাকবে এবং 11 দ্বারা বিভাজ্য হবে, এমন সংখ্যাগুলির সব থেকে বড়টি কত আর 0 থেকে 8 সব অঙ্ক থাকবে, এমন সংখ্যাগুলির সব থেকে ছোটটিই বা কত যা 11 দ্বারা বিভাজ্য ?

বড়টি—987652413

ছোটটি—102347586

অঙ্কগুলি শর্তমাফিক আছে, আর 11 দিয়ে ভাগ করলে মেলে কি না দেখার জন্য তো তোমাদের সোজা নিয়ম জানাই আছে 'কৌশলে গণিত'-এর তিন নম্বরের বিভাজ্যতার নিয়ম থেকে ।

কেমন লাগল এই সব বিশিষ্ট আর অভিনব সংখ্যার বৈশিষ্ট্য আর ব্যবহার ?

এবার পঞ্চাঙ্ক জাদুগণিতের চতুর্থ অঙ্ক শুরু করব । এই অঙ্কে আছে গণিতের ক'টি ধাঁধা । ধাঁধা তো সবারই ভাল লাগে, তোমাদেরও লাগবে নিশ্চয়ই ।

চতুর্থ অঙ্ক

ধাঁধায় গণিত

আগের অঙ্কে তোমাদের বলেছিলাম গণিতের ধাঁধার কথা বলব। তা খোশমেজাজে দু'চারটে ধাঁধার কথাই হোক।

এক নম্বর (100 টাকা কোথায় গেল ?)

দুজন বাবা তাঁদের নিজের নিজের ছেলেকে কিছু করে টাকা দিলেন। একজন তাঁর ছেলেকে দিলেন 200 টাকা, আরেকজন 100 টাকা দিলেন নিজের ছেলেকে। যখন ছেলে দুটি নিজের নিজের তহবিল মিলিয়ে দেখলেন, তখন দেখা গেল তাঁদের মোট তহবিল মাত্র 200 টাকা বৃদ্ধি পেয়েছে। অথচ বাড়ার কথা $200 + 100 = 300$ টাকা। এটা কী করে সম্ভব হল ?

কী, খুব কঠিন লাগছে নাকি ? আসলে দুজন বাবা আর দুজন ছেলেতে মিলে চারজন লোক নেই এখানে। আছেন মাত্র তিনজন। ঠাকুরদা বাবা আর ছেলে। ঠাকুরদা তাঁর ছেলেকে, মানে বাবাকে, 200 টাকা দিয়েছেন। বাবা, তা থেকে 100 টাকা ছেলেকে দিয়েছেন। তাই বাবার তহবিল মাত্র 100 টাকা বেড়েছে। ছেলেরও বেড়েছে 100 টাকা। মোট বেড়েছে $100 + 100 = 200$ টাকা।

দুই নম্বর ($5 \times 6 = 24$)

24 জন লোককে 6 সারিতে দাঁড় করিয়ে দিতে পারো ? কী, অবাক হয়ে তাকাচ্ছ কেন ? ভাবছ, পাঁচ বছরের ভাইটাই তো এ কাজটা করতে পারে। এক এক সারিতে $24 \div 6 = 4$ করে দাঁড়ালেই তো মিটে গেল ঝামেলা। ঝামেলা থাকত না, যদি আরেকটা শর্ত না থাকত। তা শর্তটা তো বলাই হয়নি,

তোমাদের বড় বড় চোখে আমার দিকে তাকাতে দেখে।

শর্তটা বলেই ফেলি। 24 জন 6 সারিতে দাঁড়াবে ঠিকই, কিন্তু প্রত্যেক সারিতে 5 জন করে দাঁড়াবে। একটু ভাবো। সব সমস্যারই সমাধান থাকে, এটারও আছে। তবে, সব প্রশ্নের মতো এর উত্তর কিন্তু এক্ষুনি দিচ্ছি না। বইয়ের শেষে লিখে দেব উত্তরটা।

তিন নম্বর (ক্যালেণ্ডারের ধাঁধা)

নতুন বছরে ক্যালেণ্ডার সংগ্রহে কার না আগ্রহ বলো ? তারপরে প্রথম দুটো মাস বন্ধুদের সঙ্গে প্রতিযোগিতা, কার বাড়িতে কটা ক্যালেণ্ডার জোগাড় হল। তা আমার নাতি মিলিন্দ ওরফে টোটাবাবু এবার পাঁচটা ক্যালেণ্ডার জোগাড় করেছে জানুয়ারির মধ্যেই। সবগুলো টাঙিয়ে দিয়েছে বিভিন্ন ঘরের দেওয়ালে। একটাতে প্রতিপাতায় 1 মাস, দ্বিতীয়টাতে প্রতিপাতায় 2 মাস, তৃতীয়টাতে প্রতিপাতায় 3 মাস, চতুর্থটাতে প্রতিপাতায় 4 মাস আর পঞ্চমটাতে, না 5 মাস নয়, প্রতিপাতায় 6 মাস করে আছে।

যে ক্যালেণ্ডারে প্রতিপাতায় 1 মাস, তার তো প্রতিমাসেই পাতা বদলাতে হবে, পাতায় 2 মাসওলা ক্যালেণ্ডারের পাতা ওলটাতে হবে প্রতি দু'মাসে। অর্থাৎ প্রতি দ্বিতীয় মাসে দুটি ক্যালেণ্ডারের পাতা একদিনে বদলাতে হবে। আর তৃতীয় মাসে ? না 3 টে নয়, সেদিনও দুটো, কারণ ঐদিন দু'মাস ওলা ক্যালেণ্ডারটা বদলাতে হবে না। খালি 1 মাস ওলা আর 3 মাস ওলা দুটো। তা, সবগুলো ক্যালেণ্ডার তো জানুয়ারিতে টাঙানো হয়েছে। কতদিন পরে, একই দিনে পাঁচটা ক্যালেণ্ডারেই পাতা ওলটাতে হবে, বলতে পারো ?

মিলিন্দকে জিজ্ঞাসা করেছিলাম। ও তো এখনও ল.সা.গু.-র অঙ্ক শেখেনি। তাই বলতে পারেনি। তোমরা, যারা ল.সা.গু-র অঙ্কে রীতিমত পাকা তারা তো হাসতে শুরু করেছ আবার এত সোজা একটা প্রশ্ন দেখে।

এ তো ল.সা.গু.-র সোজা হিসেব। তা তো বটেই। কিন্তু তোমাদের যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগের বেশি কিছু করাব না বলেছি, তাই ল.সা.গু.টা তোমাদের হয়ে আমিই করে দিচ্ছি। 1, 2, 3, 4, 6 এর ল.সা.গু. 12. এবার বলো তো ক'দিন করে একই দিনে সব ক্যালেণ্ডারের পাতা বদলাতে হবে ? কী বললে ? 12 মাস পরে ? ঠিক তো ?

মোটেই ঠিক নয়। 12 মাস অর্থাৎ 1 বছর পরে এই পাঁচটা ক্যালেণ্ডারই দেওয়াল থেকে নামিয়ে নতুন ক্যালেণ্ডারের সন্ধানে বেরুতে হবে। তাই সঠিক উত্তর হল, একসঙ্গে এই পাঁচটা ক্যালেণ্ডার কোনওদিনই ওলটাবার সময় আসবে না। ঠিক বললাম তো?

মিলিন্দকে কিন্তু ব্যাপারটা বলিনি এখনও। ও অপেক্ষা করে আছে একসঙ্গে কোনদিন পাঁচটা ক্যালেণ্ডারের পাতা বদলানো হবে—দেখার জন্য।

চার নম্বর (কুকুরের দৌড়)

তোমাদেরই বয়সের একটি ছেলে, কিন্তু নামটি বেশ ভারী, ঋত্বিক সান্যাল, সেও আমার খুব বন্ধু। আমরা বাড়িতে ডাকি 'গোরা' বলে। ওর একটি সুন্দর প্রভুভক্ত কুকুর আছে। গোরা যখন স্কুল থেকে ফেরে, বড় রাস্তায় বাস থেকে নেমে বাড়ি আসে এক কিলোমিটার হেঁটে। ও বাস থেকে নামতেই বাড়ির দরজায় দাঁড়িয়ে থাকা ওর কুকুরটি প্রতিদিন দেখতে পায় ওকে আর খুদে মনিবের দিকে ছুটি যায়।

ওর কাছ অবধি গিয়ে ওকে ছুঁয়েই আবার বাড়ির দিকে ছুট। বাড়ির দরজা পর্যন্ত এসে সঙ্গে-সঙ্গে আবার ফেরে গোরার দিকে। আবার ওকে ছুঁয়েই বাড়ির দরজা। আনন্দের প্রকাশ আর কি! তা শেষ অবধি দুজনেই একসঙ্গে বাড়ির দরজায় এসে পৌঁছাল।

গোরা ঘন্টায় 5 কিমি করে চলে আর ওর কুকুর চলে ঘন্টায় 15 কিমি বেগে। তা এই বারবার যাতায়াতে কুকুরটা কত কিলোমিটার দৌড়াল বল তো?

বুঝতেই পারছ, উত্তর দেওয়াটা একটুও কঠিন নয়। কারণ বাসরাস্তা থেকে গোরার সময় লাগে $\frac{1}{5}$ ঘন্টা বা 12 মিনিট, আর কুকুরটাও এই $\frac{1}{5}$ ঘন্টাই দৌড়োদৌড়ি করেছে ঘন্টায় 15 কিমি বেগে। এই সময়ে সে $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ কিমি দৌড়েছে।

পাঁচ নম্বর (দুই বান্ধবীর দৌড়)

আমার দুটি ছোট্ট বন্ধু আছে। ঋতুপর্ণা আর শ্রীময়ী। ওরা এবার

দৌড়ের প্রতিযোগিতায় নাম দিয়েছে। আমাকে ওরা আলাদা আলাদা করে ডেকে নিয়ে গিয়েছিল দৌড় দেখে গতিবেগ নির্ণয় করে দেবার জন্য। আমি দেখলাম একজন ঘন্টায় 7.5 কিলোমিটার দৌড়াচ্ছে। আর একজন প্রতি 7.5 মিনিটে 1 কিলোমিটার দৌড়াচ্ছে। ঘড়ি দেখে পনেরো মিনিট দৌড় করিয়েছিলাম দুজনকেই আলাদা করে। তারপর কতটা দৌড়ল, ফিতে দিয়ে মেপে নিয়েছিলাম। কে বেশি জোরে দৌড়চ্ছে জিজ্ঞাসা করতে আমি মুখের ওপর বলতে পারিনি। দুজনেই আবার বন্ধু তো—তাই ওইভাবে বলেছি। ওরা বোধহয় ভেবেছে ওদের দুজনের গতিবেগ সমান। তাই দুজনেই আলদা করে অনুশীলন করছে নিজের নিজের বেগ বাড়াবার জন্য। যদি এই গতিবেগই থেকে যায় প্রতিযোগিতার দিনেও, কে জিতবে বলো তো ? না বাবা, কার গতিবেগ কোনটা, সবাইকে বলে দিয়ে আমি ঋতুপর্ণা-শ্রীময়ী কারওই বিরাগভাজন হতে চাই না। তোমরা চুপি চুপি আমাকে জানিয়ে দিয়ো, কোন গতিবেগটা বেশি।

এটা এতই সোজা, আমি আর উত্তরটা বলে দিয়ে তোমাদের বুদ্ধির বহরকে ছোট করে দেখতে চাইছি না। ঠিক করলাম তো ?

ছয় নম্বর (মুরগি আর মাছরাঙা)

3টে মুরগি 3 দিনে 3 ডিম পাড়ে। ঐ হিসেবে 6টা মুরগি 6 দিনে কটা ডিম পাড়বে বল তো !

10 টা মাছরাঙা 10টা মাছ ধরে 10 মিনিটে, কটা মাছরাঙা একই হিসেবে 25 মিনিটে 25 টা মাছ ধরবে ?

একটু ভাবো, তবে খুব বেশিক্ষণ নয়। শেষ পৃষ্ঠায় উত্তর লিখে দিয়েছি। দেখো, নিশ্চয়ই তোমাদের বের করা উত্তরের সঙ্গে মিলে গেছে।

সাত নম্বর (নারকেল গাছের ধাঁধা)

জয়দীপ, দেবকী আর নীতা রথের মেলায় গিয়ে এক কুড়ি (20) নারকেল চারা কিনল ! তিনজনে সমান সমান ভাগে বাড়ি আনতে গিয়ে দেখে, দুজনের 7টা করে আর একজনের 6 টা চারা হয়ে যাচ্ছে। ওদের মধ্যে ঝগড়া শুরু হয়ে গেল। সবাই 7 টা চায়, 6 টা কেউ নেবে না।

আরেকটা কেনার মতো টাকাও নেই ওদের সঙ্গে। দোকানদার ওদের ঝগড়া মেটাবার জন্য এমনিই একটা চারা দিয়ে সকলেরই 7 টা করে দিল। মোট এই 21 টা চারা নিয়ে এসে ওরা ডাকল আমাকে। আমি আবার সবাইকার বন্ধু তো !

ওরা আমাকে বলল, এক এক সারিতে ওরা 5টা করে লাগাতে চায়, কী করে লাগানো যায়। আমি বললাম, তাহলে 21 টা চারা আনলি কেন, 20 টা আনলেই তো সোজা হিসেব হত। তখনই জানতে পারলাম প্রথমে 20টা কিনে কেমন করে 21 টা চারা নিয়ে এসেছে ওরা। যাই হোক, নিয়ে আসা চারা ফেলে তো দেওয়া যায় না। তাই বললাম তোরা তো তিনজন। তা হলে প্রত্যেক সারিতে 5 টা করে 9 সারিতে গাছগুলো লাগিয়ে দিই। তোদের এক একজনের 3 সারি করে গাছ থাকবে।

ওরা তো অবাক। 21 টা চারায় সারিতে 5 টা করে 9 সারি করা যায় নাকি আবার ?

আমি কিন্তু সেদিন ওইভাবেই লাগিয়ে দিয়ে এসেছি চারাগুলো। কার কোন সারি, তাও দেখিয়ে দিয়ে এসেছি। আপাতত ওরা খুব খুশি। কিন্তু যখন গাছে ফল ধরবে, তখন কী অবস্থা হবে, কে কোন গাছটার ফল নেবে—তাই ভেবে খুব হাসছি মনে মনে। তবে রক্ষে এই, গাছে ফল ধরা পর্যন্ত, আমিই কি থাকব নাকি ?

কেমন করে সাজিয়ে দিয়েছিলাম চারাগুলো, পাছে ভুলে যাই তাই একটা ছবিও করে রেখে দিয়েছি, আর কার কোন সারি, তাও বলে দিয়েছি ওদের। তোমাদের জন্য, সেই ছবিটার একটা কপি, বইয়ের শেষে দিলাম।

মিলিয়ে দ্যাখো তো, তোমরাও একরকমই ভেবেছিলে কি না !

আট নম্বর (পদ্মফুল আর শিবমন্দির)

ঋতুপর্ণা আর শ্রীময়ী (আমার সেই দৌড়বাজ বন্ধু দুটি) দৌড়ের প্রতিযোগিতায় প্রথম আর দ্বিতীয় হয়েছে, আর এখন থেকেই অলিম্পিকে সোনা-রুপোর স্বপ্ন দেখছে। কে প্রথম হয়েছে আর কে দ্বিতীয় তা কিন্তু জানাব না। যাই হোক, এর পর থেকে ওরা খুব বন্ধু হয়ে গেছে পরস্পরের। সব কাজ একসঙ্গে করে, কোনও রেষারেষি নেই।

একদিন বিজোড় সংখ্যার কিছু ফুল তুলে নিয়ে ওরা দুজনে আমার কাছে এল। আমি ওদের মন্ত্রীও তো। ওদের ইচ্ছে শিবমন্দিরে গিয়ে সমান সমান ফুল দিয়ে শিবের পুজো করবে দুজনে। অথচ একটা ফুলও ছিঁড়বে না। তাই আমার শরণাপন্ন। ঐ নীতাদের নারকেল চারা পোঁতার থেকেই ওদের খুব ভক্তি আমার ওপর।

তা আমার একটা চার-শিবের মন্দিরের কথা জানা ছিল। ওদের বললাম, ওখানে গিয়ে প্রথম মন্দিরে ফুলগুলো নামিয়ে রাখলেই সংখ্যায় দ্বিগুণ হয়ে যাবে। তখন যতগুলো ফুল তোরা এনেছিস আমার কাছে, তার থেকে একটা বেশি ফুল নিয়ে নিবি ওখান থেকে। তা হলে জোড় সংখ্যা হয়ে গেল। আর ভাগাভাগিতে অসুবিধে নেই। ঐ ফুলগুলো সমান দুভাগ করে নিয়ে দুজনে পুজো দিবি। বাকি ফুলগুলো নিয়ে দ্বিতীয় শিবমন্দিরে গিয়ে রাখলে সেগুলোও দ্বিগুণ হয়ে যাবে। তা হোক, প্রথম শিবকে যতগুলো করে ফুল দিয়ে পুজো করেছিস, ততগুলো করে ফুল দিয়ে দ্বিতীয় শিবকেও পুজো করবি। বাকি ফুলগুলো নিয়ে তৃতীয় শিবমন্দিরে যাস। ওখানেও একই নিয়মে পুজো করে চতুর্থ মন্দিরে যাস। সেখানেও বাকি ফুলগুলি দ্বিগুণ হয়ে যাবে। ওখানেও একই সংখ্যক ফুল দিয়ে দুই বন্ধু পুজো দিয়ে বাড়ি ফিরে আসবি।

শ্রী বলল, শেষপর্যন্ত কুলোবে তো ফুলে ?

ঋতু বলল, আর যদি বেঁচে যায় ?

বললাম, কুলিয়ে যাওয়া তো উচিত, আর বাঁচবেও না মনে হয়। আর যদি একান্তই বেঁচে যায়, নিজেকে দেখিয়ে বললাম, তা হলে ফিরে এসে তা দিয়ে এই বুড়ো শিবের পুজো দিস।

যদি না কুলোয়, বকুনি খাব আর যদি বেঁচে যায়, পুজো পাব এই আশঙ্কায় আশায় বসে আছি, ওরা ফিরে এসে হাসিমুখে বলল, একটাও ফুল কম পড়েনি, একটা বাঁচেওনি।

ওরা কতগুলো ফুল তুলেছিল প্রথমে, বলতে পারো ? ভাল করে ভাবলে পারবে তো নিশ্চয়ই। যদি একান্ত না পারো, বইয়ের শেষে দেখে নাও। আর মিলিয়ে নাও সত্যিই এটা সম্ভব কি না, কেমন ?

একটা ব্যাগে 10 জোড়া মোজা আছে একই মাপের। 5 জোড়া সাদা আর 5 জোড়া কালো। এর থেকে সব থেকে কম ক'টা মোজা বের করলে এক জোড়া (হয় সাদা নয় কালো) মোজা পাওয়া যাবেই।

খুবই সোজা উত্তর। তিনটে। কারণ তিনটের হয় তিনটেই সাদা হবে, নয় তিনটেই কালো, আর তা না হলে দুটো সাদা একটা কালো না হয় দুটো কালো, একটা সাদা। মোট কথা তিনটে তুললে এক রঙের এক জোড়া বেরুবেই। এই নিয়মটা আবার আরেক ছোট্ট বন্ধু তিন্নিকে শিখিয়ে দিয়েছিলাম।

তারপর একদিন ওদের ক্লাসের দিদিমণি ক্লাসে জিজ্ঞাসা করেছেন একটা ব্যাগে একই মাপের 10 জোড়া দস্তানা আছে। কম পক্ষে ক'টা বের করলে এক জোড়া পাওয়া যাবেই? অন্য সবাই চুপ করে ছিল। কিন্তু তিন্নি ভেবেছে অঙ্কটা তো একই। সংখ্যা যদি সমান থাকে তো প্রশ্ন-পত্রে গোরু আছে না ঘোড়া আছে উত্তর তো একই হবে। তাই চট্‌পট্ হাত তুলে বলেছে তিনটে।

দিদিমণি সঙ্গের ব্যাগে দশ জোড়া দস্তানা নিয়ে এসেছিলেন। বললেন, তোল যে-কোনও তিনটে। তোলা হল, কিন্তু এক জোড়া হল না। 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 টা দস্তানা তোলা হল। ও মা, তাও তো হচ্ছে না এক জোড়া। 11 নম্বর দস্তানাটা তুলতেই দিদিমণি বললেন—এতক্ষণে একজোড়া মিলল।

আসলে মোজার তো ডান পা বাঁ পা নেই, কিন্তু দস্তানার তো ডানহাতের আলাদা, বাঁ হাতের আলাদা। তাই উত্তরটা দু'রকম। অবশ্য আগেও যে-কোনও সময় মিলে যেতে পারত, হয়তো প্রথম দুটো তুললেই এক জোড়া হয়ে যেতে পারত। কিন্তু প্রশ্ন ছিল—ক'টা তুললে মিলবেই।

তার উত্তর কিন্তু 11 টা। ঠিক বললাম তো?

স্কুল ফেরত তিন্নির হাতে আমার কী দুর্গতি হয়েছিল, তা আর নাই বললাম। আমি কেন ওকে দস্তানার নিয়মটাও আগে শিখিয়ে দিইনি।

নয় নয় করে চার অঙ্কে অনেকগুলো খেলা হল। কতগুলো বলো তো? আরে পাতা ওলটাচ্ছ কেন? এটাও তো আরেকটা ধাঁধা। নয় নয় করে চার অঙ্কে নয় × চার $(9 \times 4) = 36$টা অঙ্ক দেখানো আর শেখানো

হল ।

অঙ্কগুলো কেমন, মিষ্টি না টক ? মিষ্টি যদি নাই হয়, টক তো নয়ই । তাই সবাই নিশ্চয়ই স্বীকার করবে অঙ্কগুলি অন্তত না-টক । তা, পঞ্চাঙ্ক এই গণিতে জাদু নাটকের পঞ্চম তথা শেষ অঙ্কে কটি 'দানবীয় সংখ্যা' দেখিয়ে যবনিকা পতনের ব্যবস্থা করব ।

ভয় নেই, শেষ পৃষ্ঠায় 'ধাঁধায় গণিত'-এর না বলা উত্তরগুলি বলে দিয়ে তবেই যবনিকা পতন ।

দানব-গণিত

এক নম্বর [এক পয়সার বদলে লক্ষটাকা]

এক লোভী রাজার সঙ্গে এক বুদ্ধিমান বণিকের পরিচয় হল। এ-কথা সে-কথার পর বণিক বললেন রাজাকে, মহারাজ, আমি রাজকোষের আশীর্বাদী 1 পয়সার বিনিময়ে 1,00,000 টাকা রাজদরবারে প্রণামী দিতে চাই।

রাজা তো অবাক। এত বোকা মানুষও থাকে নাকি ? তবুও সতর্ক রাজা বললেন, "এর সঙ্গে কোনও শর্তের ব্যাপার নেই তো ?" বণিক বললেন সবিনয়ে, "যৎসামান্য শর্ত আছে হুজুর। দ্বিতীয় দিনেও আমি 1,00,000 টাকা প্রণামী দিতে চাই, কিন্তু এবার আশীর্বাদীর পরিমাণটা দ্বিগুণ করে 2 পয়সা করতে হবে। তৃতীয় দিনে তার দ্বিগুণ 4 পয়সা, চতুর্থ দিনে তার দ্বিগুণ 8 পয়সা, এমনি করে আশীর্বাদীর বদলে আমি প্রতিদিন আপনাকে 1,00,000 টাকা প্রণামী দিয়ে যাব।"

"রাজা বললেন, "এটা কি অনন্তকাল চলবে নাকি ?"

জিভ কেটে বণিক বললেন, "না না হুজুর, অনন্তকাল রাজ-আশীর্বাদ পাব, এমন ভাগ্য করেছি নাকি ? মাত্র এক মাস মানে 30 দিন চলবে এরকম। তারপর আমি অন্য রাজ্যে চলে যাব হুজুর, আমারও তো ব্যবসাবাণিজ্য আছে। আপনার ছত্র ছায়ায় একমাসই থাকতে চাই।"

বণিকের বিনয় ও বোকামিতে এবং নিজের লাভের লোভে রাজা সানন্দে এই শর্তে রাজি হলেন।

7 দিন পরে রাজা দেখলেন, তিনি $(1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64) =$ 127 পয়সা বা 1 টাকা 27 পয়সার বিনিময়ে 7,00, 000 টাকা পেয়েছেন।

দু সপ্তাহ মানে 14 দিন পরে রাজা দেখলেন তাঁকে 163 টাকা 83 পয়সা খরচ করতে হয়েছে, 14,00,000 টাকার বদলে।

তিন সপ্তাহ অর্থাৎ 21 দিন পরে রাজা আরেকবার হিসাব মেলাতে বসে দেখলেন, 21,00,000 টাকার বিনিময়ে তাঁকে রাজকোষ থেকে 10485 টাকা 75 পয়সা খরচ করতে হয়েছে।

24 দিনের দিন আরেকবার হিসাব দেখলেন, তখনও তাঁর লাভ 22 লক্ষের ওপর। 1,67,772 টাকা 15 পয়সা আশীর্বাদী দিয়ে তিনি 24,00,000 টাকা প্রণামী পেয়েছেন।

মাসের শেষে দেখা গেল আশীর্বাদীর পাল্লা ঝুঁকে পড়েছে মাটিতে, রাজকোষ শূন্যপ্রায়। বুদ্ধিমান বণিক শর্তানুযায়ী 30,00,000 টাকা প্রণামী দিয়ে 1,07,37,418 টাকা 23 পয়সা আশীর্বাদী এবং কিঞ্চিৎ রাজপদধূলি নিয়ে ভিন্ন রাজ্যের পথে। রাজার নেট লোকসান 77 লক্ষ টাকারও বেশি।

এই ঘটনা সত্যিই ঘটেছিল কি না জানা নেই। তবে রূপকথার মতো এই গল্পের 1 পয়সা, 2 পয়সা করে একমাসে এক কোটি টাকার ওপর খরচ হবার অঙ্কটা তো গল্প-কথা নয়। একেবারে হিসাবের কড়ি।

দানব দেখে ভয় না পেয়ে নিজে নিজে হিসেবটা মিলিয়ে নাও না।

দুই নম্বর [দাবার বোর্ডের গম]

দাবা খেলা নিয়ে সুন্দর সুন্দর গল্প আছে। সংখ্যাতত্ত্বের অত্যন্ত চিত্তাকর্ষক গল্পটি শোনাই তোমাদের।

এক সুলতান দাবা খেলা শিখে অত্যন্ত আনন্দ পান এবং দাবা খেলার আবিষ্কর্তাকে (কিংবদন্তী অনুযায়ী তিনি একজন শিক্ষক) ডেকে পাঠান পুরস্কৃত করার জন্য। শিক্ষক একদিন সময় নিয়েছিলেন কী পুরস্কার নেবেন চিন্তার করার জন্য।

তোমরা সবাই জানো, দাবা খেলার বোর্ডে 64 টি ঘর থাকে। পরদিন শিক্ষক মহাশয় এসে বললেন, দাবার বোর্ডের প্রতিটি ঘরের জন্য তিনি কিছু গম প্রার্থনা করছেন।

সুলতান তো সোনা-দানা-মোহর পারিতোষিক দিতে প্রস্তুত হচ্ছিলেন। তাই শিক্ষকের এই সামান্য প্রার্থনায় তোমাদেরই মতো অবাক হয়ে গেলেন আর ঘর পিছু কত গম চাই, জিজ্ঞাসা করলেন।

দাবার আবিষ্কর্তা বললেন, দাবার প্রথম ঘরটির জন্য 1 টি, দ্বিতীয় ঘরটির

জন্য 2টি, তৃতীয়ের জন্য 4 টি, চতুর্থের জন্য 8টি, এমনি করে প্রতিটি পরবর্তী ঘরের জন্য তার আগের ঘরের দ্বিগুণ সংখ্যক গম তিনি চান। সুলতান সানন্দে রাজি হলেন, যদিও শিক্ষকের বোকামিতে খুবই আশ্চর্য হয়ে তিনি ভাবলেন, ঠিকমতো পুরস্কার চাইবার ক্ষমতাও নেই যে বোকার, এমন দারুণ বুদ্ধির খেলার আবিষ্কর্তা সে হল কী করে ?

আগের সংখ্যাদানবের বণিকের গল্পের মতোই প্রথম সারির 8 ঘরের জন্য মাত্র 255 টি গম লাগল। প্রথম ও দ্বিতীয় সারির মোট 16 ঘরের জন্য লাগল 65,535টি যার জন্য 20 সেন্টিমিটার কিউবের একটি ছোট্ট প্যাকেটই যথেষ্ট।

তিন সারির মোট 24 টি ঘরের জন্য লাগল 8388607টি গম আর 25তম ঘরটি নিয়ে লাগল 16777213টি। এর জন্য এক ঘন মিটারের থেকে একটু বড় একটা প্যাকিং বক্সের দরকার হল। [মোটামুটি এক ঘন মিটার জায়গায় 1,50,00,000 (দেড় কোটি) গম ধরে।] আর দাবার 32টি ঘর বা অর্ধেক বোর্ডের জন্য দরকার হল 4294967295 টি গম। যার জন্য মোটামুটি 285 ঘনমিটার জায়গার দরকার অর্থাৎ চারটের থেকে একটু বেশি বড় রেলওয়ে ওয়াগন।

তোমাদের মধ্যে এমন বোকা নিশ্চয়ই কেউ নেই যে ভাবছ বোর্ডের অর্ধেক ঘরের জন্য যখন চার ওয়াগনের একটু বেশি গম লাগছে তখন পুরো বোর্ডটার জন্য এর দ্বিগুণ, মানে প্রায় 9 ওয়াগন গম লাগবে। আসলে শর্তপূরণ করতে কতগুলি গম লাগত, তার হিসাবটা বলি। শর্তানুযায়ী গম দিতে হলে গুনে গুনে :—

18446744073709551615 টি গম দিতে হত। এর জন্য জায়গা লাগত (প্রতি ঘন মিটারে দেড় কোটি হিসাবে) মোটামুটি 12,000,000,000,000 ঘন মিটার (বরং কিছু বেশিই) বা 12,000 ঘন কিলোমিটার। অর্থাৎ 3 মিটার উঁচু করে গমগুলি রাখলে 2000 কিলোমিটার লম্বা আর 2000 কিলোমিটার চওড়া খামারের দরকার। —ভাবা যায় ?

আর ঐ গম গুনতে কত সময় লাগত—ভাবতে পারো ? সেকেণ্ডে একটা করে গুনলে এবং দিনরাত অবিশ্রান্ত গুনে গেলে একটা লোক দিনরাতে 86,400টি গম গুনতে পারে। এক কোটি গম গুনতে এই হিসাবে সময় লাগে মোটামুটি 4 মাস। অবিশ্রান্ত গুনলে সমস্ত গম গুনতে সময় লাগে

4,00,000 বছর।

পৃথিবীর যাবতীয় জলস্থল (পাহাড়জঙ্গল সাগরনগর) শস্যক্ষেত্রে পরিণত করে তাতে গম চাষ করলেও এত গম জন্মানো সম্ভব নয়। ভাগ্যিস, দাবার সঙ্গে জড়িত এই গমের কাহিনীটা নেহাতই কিংবদন্তি। কী বলো—স্বপ্ন দেখছ মনে হচ্ছে না ?

তিন নম্বর (বিনি পয়সার ভোজ)

দশজন ছাত্র মাধ্যমিক পাশ করার পর আনন্দে এক রেস্টুরেন্টে গিয়েছে আর দশটা চেয়ার সহ একটা বড় টেবিলও দখল করতে পেরেছে। ট্রেনে যেমন বন্ধুদের মধ্যে ক্রমাগত জায়গা বদলানো, (কখনও এ জানলা—কখনও ও জানলা—কখনও একেবারে মাঝে, যাতে সবাইকে এক সঙ্গে দেখা যায়) চলে, রেস্টুরেন্টেও এরা তেমনি বারবার জায়গা বদলাতে লাগল। ভাল নয়, এটার গদি ছেঁড়া, এখানে হাওয়া কম, তুই এটায় বোস, আমি ওইটায় বসি, এই রকম আর কি ! এক সময় ঠিক হল 1 থেকে 10 নম্বর সিটে বয়স অনুযায়ী বসা হবে। সদ্য মাধ্যমিক পাশ করাতে অ্যাডমিট কার্ডে জন্ম-দিন নিজের নিজের মুখস্থ। কেউ কেউ আপত্তি তুলল। সঠিক জন্মতারিখ আর অ্যাডমিটকার্ডের জন্মতারিখ এক নয়—তার থেকে লম্বা অনুযায়ী বসা হোক। তার জন্য তো মাপতে হবে সবাইকে, ফিতে কোথায় ? নামের আদ্যক্ষর ধরে অভিধানের মতো করার কথা হল একবার, কিন্তু ভাল নাম-ডাকনামের অজুহাতে সেটাও ভেস্তে গেল। তা হলে পদবি ?

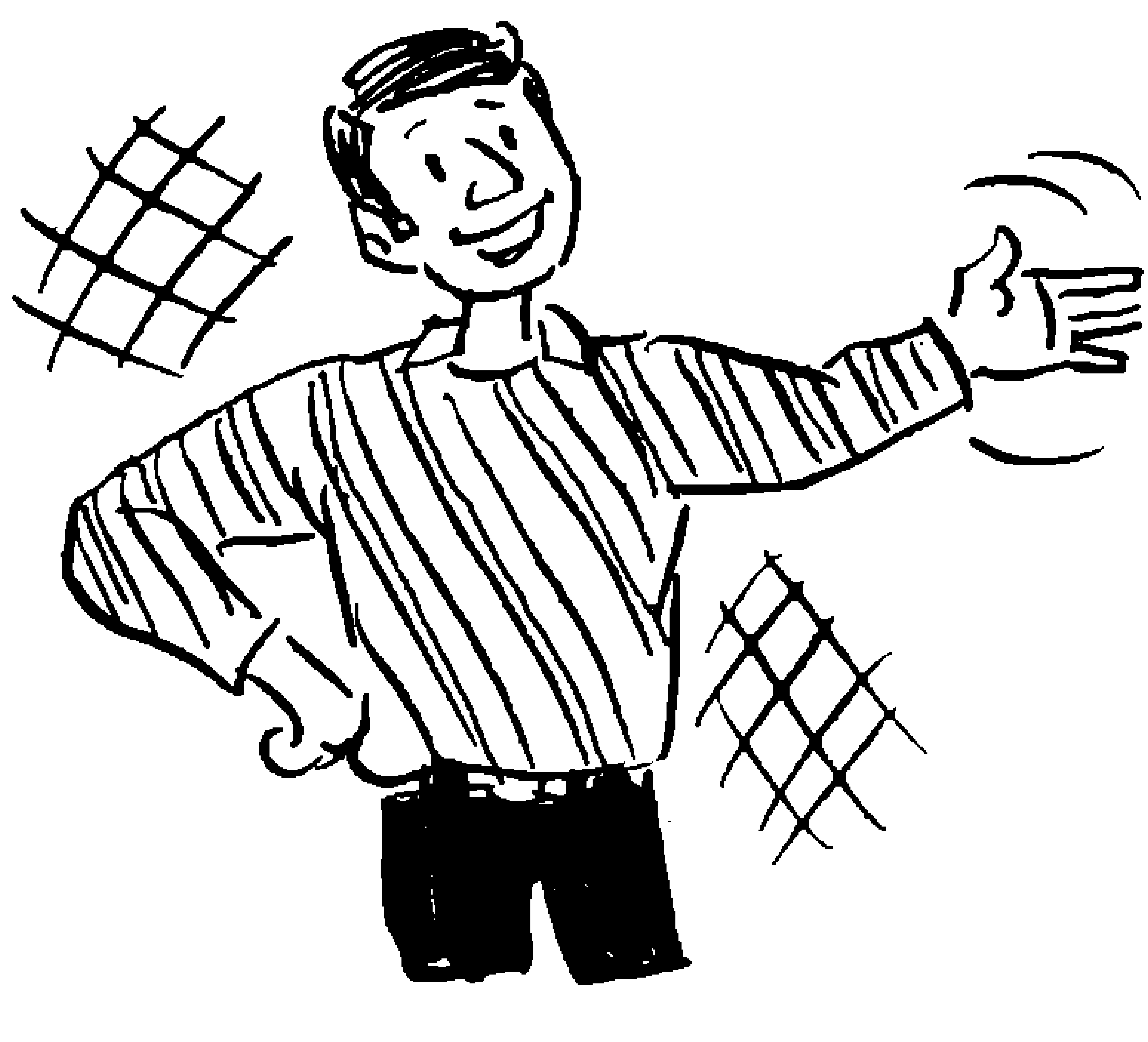
রেস্টুরেন্টের মালিকের বেশ মজা লাগছিল এই ছেলেগুলির অকারণ ছেলেমানুষি ঝগড়া দেখে। তিনি এগিয়ে এসে বললেন, বাবারা, আজ যে যেখানে বসে আছ, বসে খেয়ে নাও। আর নোট করে নাও কে কত নম্বর সিটে বসেছ। কাল থেকে রোজ এসে জায়গা বদলে বদলে বসবে দশজনে। যত রকম ভাবে বসা সম্ভব দশজনের আলাদা আলাদা রকম করে, বসা হয়ে গেলে আবার আজকার মতো অর্ডারে বসবে। সেদিন তোমাদের যার যা খাবার ইচ্ছা খাবে যতখুশি, সব খরচা আমার।

এরা তো সদ্য মাধ্যমিক পাশ করেছে। তাও আবার অ্যাডিশ্যানাল

ম্যাথামেটিকস ছিল না কারওই পাঠ্য বিষয়। উচ্চ মাধ্যমিকের বিজ্ঞানশাখায় ভর্তি হয়ে বীজগণিতের 'Permutations and Combinations' chapter যতদিনে রপ্ত হল ওদের, ততদিনে দু-তিন মাস পেরিয়ে গেছে চেয়ার বদলে বদলে বসার। হঠাৎ একজন হিসাব করে বের করল, এই 'যতরকম সম্ভব' আসন বদলা বদলি করতে ওদের $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3628800$ দিন বা মোটামুটি 10,000 বছর লাগবে।

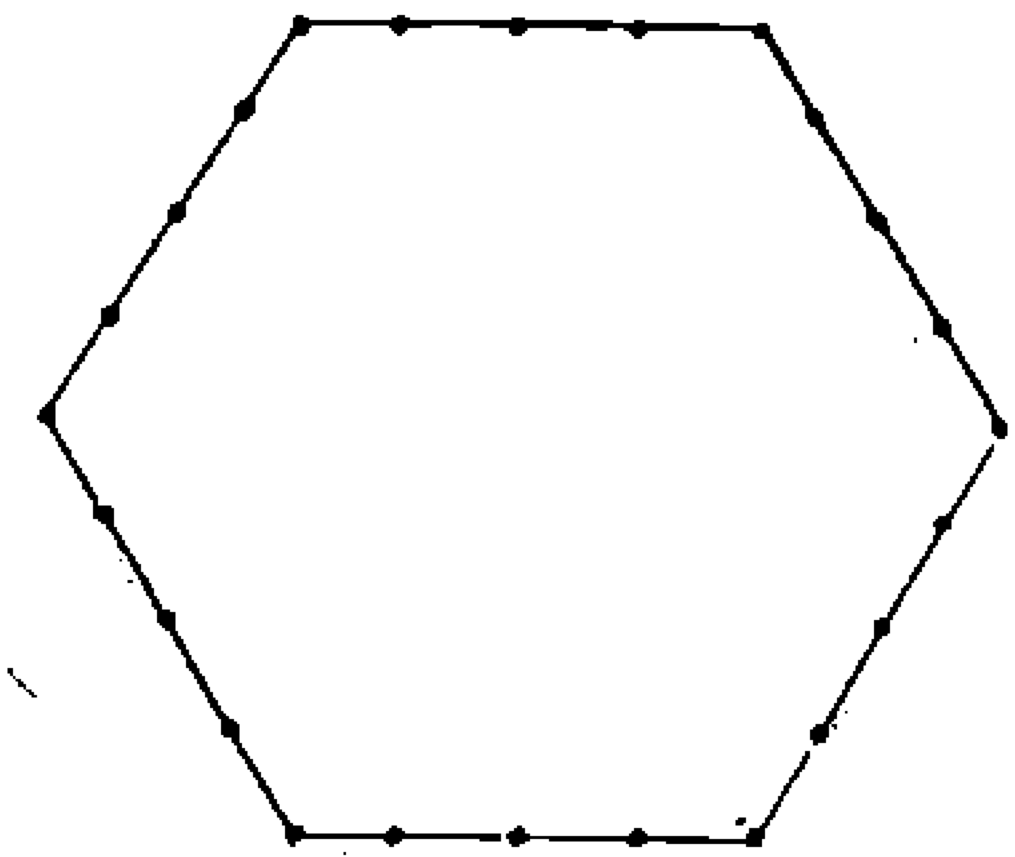
তারপরেও ওরা বিনি পয়সার ভোজের জন্য অপেক্ষা করেছিল কি না অথবা ওরা বুঝতে পেরেছে ব্যাপারটা, এই কথাটা জানতে পেরে এবং গত দু-তিন মাসের নিত্যযাত্রী কিশোরদের কাছে পাওয়া বিলের লভ্যাংশ থেকে, শর্ত না থাকলেও রেস্টুরেন্টের মালিক এদের একদিন 'বিনিপয়সার ভোজ' খাইয়েছিলেন কি না জানি না। তবে হিসাব না বুঝে ওদের নাস্তানাবুদ হওয়ার ঘটনায় তোমরা যে খুব মজা পাচ্ছ, তা বুঝতে পারছি।

পিকনিকের ভোজে শুরু আর বিনিপয়সার ভোজে সারা। এবার চলি ভাই। আরে—পিছু ডাকছ কেন? ওহো—ক'টা ধাঁধার উত্তর বলে দেওয়া বাকি আছে, তাই না? বলেই দিই তা হলে ওগুলো। যারা এখনও করতে পারোনি, দেখে নাও। যারা পেরেছ, তারাও মিলিয়ে নাও যবনিকা পতনের আগে।



[ধাঁধায় গণিতের না-বলা উত্তর]

দুই নম্বর ধাঁধার উত্তর

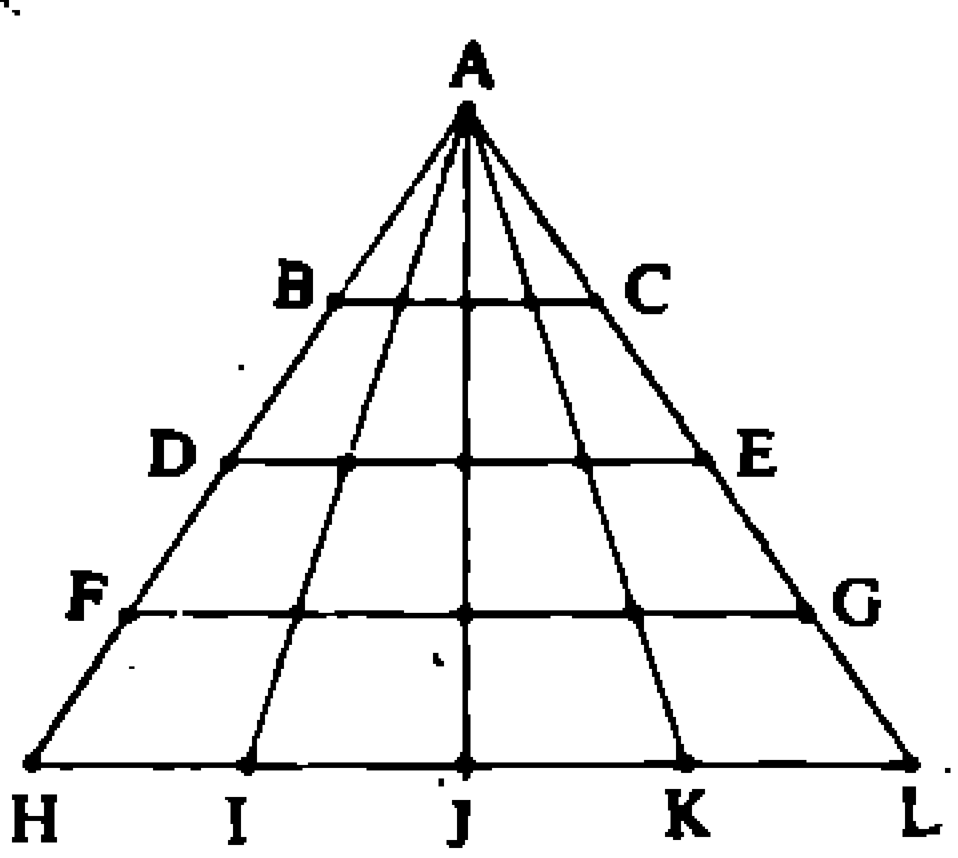


ছয় নম্বর ধাঁধার উত্তর

মুরগিগুলো 12 টা ডিম পাড়বে।

মাছরাঙাগুলোর সংখ্যা—10

সাত নম্বর ধাঁধার উত্তর



AH, AI আর AJ = জয়দীপ

AK, AL আর BC = দেবকী

DE, FG আর HL = নীতা

আট নম্বর ধাঁধার উত্তর

দুজনে মিলে 15 টা ফুল তুলেছিল।

এবার কিন্তু আমার ছুটি। তোমাদের কিছু জানবার বা জানাবার থাকলে নিঃসঙ্কোচে জানতে চাও এবং জানাও। সবাইকে ভালবাসা জানিয়ে—'পঞ্চাঙ্ক না-টক' জাদুগণিতের

যবনিকা পতন।

শুধরে নাও

৩৪ পৃষ্ঠায় দু'দিক থেকে যোগ করার যে মজার খেলা দেখানো হয়েছে, তার প্রথম ও তৃতীয় অঙ্কের উল্টো-যোগফল বসাতে উল্টোপাল্টা কাণ্ড ঘটে গেছে। প্রথম অঙ্কের উল্টো-যোগফল বসেছে তৃতীয় অঙ্কের মাথায়, আর তৃতীয় অঙ্কের উল্টো-যোগফল বসেছে প্রথম অঙ্কের মাথায়। তোমরা ঠিক করে বসিয়ে নাও। অর্থাৎ প্রথম অঙ্কের মাথায় উল্টো করে বসাও 1504 আর তৃতীয় অঙ্কের মাথায় উল্টো করে বসাও 1585

১১ পৃষ্ঠায় যে চার-নম্বর খেলার কথা বলেছি, সেই 'জাদুর যোগ-বিয়োগফল'-এর ব্যাপারে দর্শককে কিন্তু প্রথমেই বলে রাখতে হবে যে, তিন অঙ্কের যে সংখ্যা সে লিখে রাখবে, তাতে প্রথম ও তৃতীয় অঙ্কের মধ্যে ব্যবধান যেন একের বেশি হয়।

২১ পৃষ্ঠার তিন নম্বর কৌশলটা হল 'সংখ্যার বিভাজ্যতা' নিয়ে। এ ক্ষেত্রে চারের ব্যাপারে মনে রেখো, কোনও সংখ্যার শেষ দুটি অঙ্ক শূন্য হলেও তা চার দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। ঠিক সেইরকমই আটের ব্যাপারে মনে রাখা চাই যে, কোনও সংখ্যার শেষ তিনটি অঙ্ক যদি শূন্য হয়, তা হলেও তা আট দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

9 788172 152376